El creador de la
física matemática moderna

Newton

$$(a+b)^n = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} a^{n-i} \cdot b^n$$

GENIOS
de las
MATEMÁTICAS

El creador de la
física matemática moderna

Newton

RBA

Para Ernesto, un hijo maravilloso.
Ojalá tengas toda la suerte que mereces.

© 2016, José Muñoz Santonja por el texto
© 2016, RBA Contenidos Editoriales y Audiovisuales, S.A.U.
© 2017, RBA Coleccionables, S.A.

Realización: EDITEC
Diseño cubierta: Llorenç Martí
Diseño interior: Luz de la Mora
Infografías: Joan Pejoan
Fotografías: Album: 33, 95ad, 95b, 107; Archivo RBA: 19, 24, 26, 30, 62, 64, 71, 93, 95ai, 109, 119ad, 119b, 128, 131, 141, 143; Dreamstime: 21, 28; Photoaisa: 119ai.

Reservados todos los derechos. Ninguna parte de esta publicación puede ser reproducida, almacenada o transmitida por ningún medio sin permiso del editor.

ISBN (Obra completa): 978-84-473-8775-5
ISBN: 978-84-473-8840-0
Depósito legal: B 3862-2017

Impreso y encuadernado en Cayfosa (Impresia Ibérica)

Impreso en España - *Printed in Spain*

Sumario

INTRODUCCIÓN 7

CAPÍTULO 1 La revolución científica y las matemáticas 13

CAPÍTULO 2 Las leyes matemáticas del universo 55

CAPÍTULO 3 Una teoría luminosa 103

CAPÍTULO 4 La renovación de las matemáticas 123

LECTURAS RECOMENDADAS 153

ÍNDICE 155

Introducción

Si se pregunta a cualquier persona qué matemáticos de renombre conoce, lo normal es que la mayoría mencione, como mucho, a Pitágoras. Y, seguramente, solo lo recuerden porque da nombre a un teorema que se enseña en la educación obligatoria. En cambio, si se amplía el abanico y la pregunta incluye a científicos, es probable que oigamos nombres como Albert Einstein, Marie Curie o el protagonista de este libro, Isaac Newton. Y es que el genio inglés es una de las figuras más célebres en la historia de la ciencia. En parte debido a la anécdota que asegura que, después de que una manzana cayese de un árbol, se le ocurrió la idea de la gravedad.

Curiosamente, Newton es más conocido como físico que como matemático. Resulta llamativo que no se relacione con las matemáticas a quien las liberó de las ataduras geométricas clásicas, a quien abrió la puerta para que los matemáticos pudieran crear la ciencia moderna y les otorgó una de sus herramientas más poderosas: el cálculo infinitesimal. Con apenas veintidós años Newton había asimilado todo el conocimiento matemático de la época. Poco más tarde había realizado ya los descubrimientos que colocaron su nombre en el Olimpo de la ciencia.

Isaac Newton, nacido en 1643 en el condado inglés de Lincolnshire, vivió una época convulsa, principalmente a causa de la religión. Los enfrentamientos entre una sociedad protestante y una realeza católica le obligaron a adoptar un papel de líder ajeno a su

personalidad. Llegó a ser parlamentario, lo que le abrió las puertas de la sociedad londinense, y fue director de la Casa de la Moneda en plena reacuñación de esta. También fue uno de los protagonistas de una revolución científica que comenzó en el siglo anterior con Nicolás Copérnico y, de hecho, terminó con él. Ese siglo y medio cambió radicalmente el panorama matemático. Se abandonó la restricción impuesta a la geometría por los antiguos griegos, desarrollándose poderosamente el álgebra, factor imprescindible para los logros que se avecinaban. Además, surgieron nuevos descubrimientos como la probabilidad, los logaritmos o la geometría analítica, descubierta de forma independiente por Pierre de Fermat y René Descartes. Todos estos avances sentaron la base para dar el salto a un cálculo potente y libre.

El científico inglés realizó aportaciones imprescindibles. En primer lugar, una nueva teoría de la luz y los colores que, durante todo el siglo XVIII, no fue discutida. En segundo lugar, el descubrimiento del cálculo diferencial e integral, que permitía resolver problemas generales como el trazado de tangentes, la resolución de problemas de máximos y mínimos, o el cálculo de áreas y volúmenes. Por último, descubrió las leyes de la naturaleza, cuya índole matemática ya había sido advertida por Galileo Galilei. Unió la física terrestre de Galileo con la de Johannes Kepler y la matematizó, estableciendo un sistema del mundo que duró hasta la llegada de Einstein, dos siglos después. Sus bases, partiendo de las matemáticas, fueron la fuerza y el movimiento.

Newton se dio cuenta de que la física requería de un fundamento sólido que solo podía encontrarse en las matemáticas. No en vano, la máxima que sintetizó el espíritu de la revolución científica fue: «Primero inventar, luego demostrar».

El genio inglés publicó libros esenciales para entender la ciencia contemporánea. Por un lado, obras magnas como los *Principia* (*Principios matemáticos de la física*) y la *Óptica*; por otro, numerosos manuscritos y textos matemáticos que fueron recopilados en su *Análisis* mediante series, fluxiones y diferencias. Además, como ya hiciera Descartes en el *Discurso del método*, Newton incluyó importantes apéndices en su *Óptica*: un texto sobre el cálculo diferencial y otro sobre las curvas cúbicas.

Sorprendentemente, el libro que tuvo más ediciones a lo largo del siglo XVIII fue *Arithmetica universalis*, una obra escrita entre 1673 y 1683 y que, probablemente, recogía sus clases en la Universidad de Cambridge.

Debe tenerse en cuenta que Newton era muy reacio a publicar sus resultados. Prácticamente todos sus libros salieron a la luz por la insistencia de sus amigos en que divulgara sus descubrimientos. Sin ir más lejos, el *Tractactus de methodis serierum et fluxionum* fue publicado sesenta y cinco años después de haber sido escrito. Esta aversión al texto impreso no era exclusiva de Newton; a otros matemáticos, como Fermat o Gilles de Roberval, les ocurría lo mismo.

Aunque puede considerarse a Newton el precursor de la ciencia moderna, su mentalidad parecía arraigada en los cánones clásicos. En este sentido, el economista John Maynard Keynes (1883-1946), que realizó importantes estudios sobre Newton, afirmaba lo siguiente: «Fue el último de los magos, el último de los babilonios y sumerios, la última gran mente que se asomó al mundo visible e intelectual con los mismos ojos que aquellos que empezaron a construir, hace 10 000 años, nuestro patrimonio intelectual».

En cualquier caso, con solo veinticuatro años había descubierto las tres grandes teorías científicas que le hicieron famoso, dedicando el resto de su vida a revisarlas y perfeccionarlas.

Su otra gran pasión al margen de la ciencia fue la religión. Newton estaba convencido de que la Biblia había sido corrompida por los encargados de las copias y traducciones. También, de que la Iglesia había introducido el misterio de la Santísima Trinidad en fechas muy posteriores a los textos bíblicos originales. Por ese motivo, se interesó por el arrianismo, corriente religiosa no trinitaria que consideraba a Jesucristo desligado de la divinidad. Newton mantuvo en secreto estas creencias durante toda su vida, ya que, de haberse conocido, podría haber perdido sus cargos y prebendas.

Newton no era solamente un genio en el plano intelectual, sino también en el manual. Ya en su niñez, diseñaba y construía con sus propias manos molinos de viento, relojes de sol y diversos juguetes para sus amistades. Incluso pulía sus propios prismas y lentes,

los mismos que, más tarde, le permitieron demostrar sus ideas. Cabe recordar que alcanzó la celebridad con la construcción de un telescopio que despertó la admiración de sus contemporáneos.

Su intelecto rayó a gran altura, no así su personalidad. A su puritanismo religioso y un sentimiento de culpa enfermizo se le sumaba su dificultad para entablar amistad con los demás, así como una cólera incontrolable cuando se sentía atacado. El historiador estadounidense Richard S. Westfall resalta su falta de contemplaciones a la hora de defenderse: «Cuando atacaba, agachaba la cabeza y cargaba». Dicha ira pudieron vivirla en sus carnes personalidades del siglo XVII como el científico Robert Hooke, el astrónomo John Flamsteed o el filósofo y matemático Gottfried Wilhelm Leibniz. Por otra parte, tendió siempre a la soledad y el aislamiento. Solo en su vejez, reconocido su genio y gozando de cargos institucionales, se abrió un poco a los demás.

Las aristas en la personalidad de Newton, lejos de desmentir su genio, lo convierten en una figura aún más interesante. En las próximas páginas se abordan todas las facetas de un personaje universal, que fue despedido por la sociedad inglesa con el boato típico de un rey. Sin embargo, el verdadero protagonista será su obra. En primer lugar, se hablará de la revolución del cálculo, que se levantó sobre uno de los terrenos matemáticos más sugerentes de la época: las series infinitas. A continuación, el libro se adentrará en la contribución de Newton a la estructura del universo, plasmada en su obra clave, los *Principia*, y que no varió hasta la llegada de Einstein. El tercer capítulo, por su parte, se centrará en su enorme contribución a la física, que no es otra que la teoría de los colores. Por último, el capítulo cuarto relatará el descubrimiento del cálculo infinitesimal, que constituye otro de sus grandes logros. Además, asistiremos a un completo retrato de las matemáticas de la época y de los decisivos cambios que se operaron en ella.

1642 Nace el 25 de diciembre (4 de enero de 1643 según el calendario gregoriano) en Woolsthorpe, Lincolnshire, hijo póstumo de Isaac y Hannah, de soltera Ayscough. Esta, poco después de la muerte de su marido, vuelve a casarse y deja al pequeño Isaac al cuidado de sus abuelos.

1653 Su madre enviuda y regresa al hogar. Pronto, Newton ingresa en la escuela de Grantham. Vive en casa del boticario Clark, cuya biblioteca despierta su interés por la ciencia.

1661 Ingresa en el Trinity College de la Universidad de Cambridge.

1665 Una epidemia de peste asuela Inglaterra y la universidad cierra sus puertas. Newton vuelve a su casa y, durante los dos años siguientes, realiza sus grandes descubrimientos en óptica, astronomía y matemáticas. Este período es conocido como *annus mirabilis* newtoniano.

1669 Es nombrado catedrático lucasiano de matemáticas en el Trinity College, en sustitución de Isaac Barrow. Escribe *De analysi*.

1672 Ingresa en la Royal Society gracias a la fama adquirida con su telescopio. Envía a la sociedad un texto sobre su teoría de los colores. Surgen las primeras acusaciones de plagio, que le acompañarán toda la vida.

1684 Tras la visita del astrónomo Edmund Halley, retoma los estudios sobre el movimiento celeste. Halley lo convence para que presente sus teorías en un libro. Se trata del origen de los *Principia*.

1687 Se publican los *Philosophiae naturalis principia mathematica* (*Principios matemáticos de la filosofía natural*). En esta obra Newton reordena los conocimientos sobre mecánica celeste y gravitación universal y ofrece una explicación física a las mareas, la precesión de los equinoccios y otros fenómenos naturales. En definitiva, funda el sistema del mundo como lo conocemos hoy.

1696 Es nombrado director de la Casa de la Moneda.

1703 Newton accede a la presidencia de la Royal Society, cargo que conservará hasta su muerte.

1704 Publica su *Óptica*, acerca de la luz y sus propiedades, que incluye dos apéndices sobre matemáticas.

1714 La Royal Society respalda a Newton en la controversia sobre el descubrimiento del cálculo infinitesimal.

1727 Muere el 20 de marzo (31 de marzo según el calendario gregoriano). Es enterrado con gran boato en la abadía de Westminster.

CAPÍTULO 1

La revolución científica y las matemáticas

La aparición en 1543 del libro *De revolutionibus*, de Nicolás Copérnico, desencadenó una revolución científica que cambió para siempre el mundo de las matemáticas. Los dos siglos siguientes alumbraron, entre otras disciplinas, la geometría analítica, el álgebra simbólica, el estudio de los logaritmos, la geometría proyectiva y el cálculo de probabilidades. Este contexto fue, además, el caldo de cultivo en el que floreció una de las mentes más brillantes de la historia de la ciencia: Isaac Newton.

Isaac Newton nació el 25 de diciembre de 1642 en Woolsthorpe, una pequeña aldea del condado de Lincolnshire, en el norte de Inglaterra. Su llegada al mundo fue un tanto accidentada: nació tres meses después de la muerte de su padre y, por si fuera poco, de forma prematura. Según le contó su madre, nadie creyó que fuese a sobrevivir, pues su constitución era tan frágil que habría cabido «en una jarra de cuarto».

Muchos seguidores de Newton destacan que su nacimiento se produjo el mismo año que la muerte de Galileo Galilei (1564-1642), como si el destino hubiese fraguado un relevo entre los dos grandes científicos. Sin embargo, la coincidencia no es real: el calendario que regía entonces en Inglaterra era el juliano y, según el gregoriano, vigente en Italia, Newton nació el 4 de enero de 1643. En cualquier caso, nadie discute que durante los ochenta años que vivió Galileo y los ochenta y cinco de Newton tuvo lugar casi por completo la que quizá sea la revolución científica más importante de todos los tiempos.

El padre de Newton, también de nombre Isaac, provenía de una familia de labradores que en el último siglo había mejorado ostensiblemente su posición económica. Isaac Newton padre era lo que se conocía como «lord» de su casa, rango superior a la consideración de terrateniente. En abril de 1642 se casó con Hannah Ayscough, perteneciente a una familia de mayor estatus

social, pero que, a la sazón, atravesaba grandes dificultades económicas. Las penurias sufridas por Hannah condicionaron su carácter, mostrándose muy estricta con los gastos durante el resto de su vida.

Desde su nacimiento, el pequeño Isaac fue considerado un niño con un futuro prometedor, ya que se pensaba que a los hijos póstumos les esperaba una vida de dicha y fortuna. De sus primeros años apenas conocemos nada, salvo unos pocos datos referidos por el propio Newton. De ello se deduce que no debió de ocurrirle nada relevante, puesto que el científico inglés era muy aficionado a tomar anotaciones de todo lo que le acontecía. En aquella época, al menos entre las personas cultivadas, era frecuente dejar constancia por escrito de cualquier detalle, por nimio que fuese. Por ejemplo, el astrónomo Johannes Kepler (1571-1630), en un estudio biográfico-astronómico escrito a los veintiséis años, llegó a indicar el día y la hora en que fue concebido por sus padres.

Si su padre no hubiera muerto, es probable que Newton hubiese seguido los pasos de la familia paterna, una estirpe de labradores ricos, pero analfabetos. Por suerte, la rama materna, formada por clérigos y universitarios, fue la encargada de encauzar la formación del futuro genio.

EL PRIMER DESCONSUELO

La felicidad de Newton no iba a durar mucho: cuando contaba tres años de edad, su madre se volvió a casar, con Barnabas Smith, un rector del cercano pueblo de North Witham. A pesar de sus sesenta y tres años, el clérigo llegó a tener tres hijos con Hannah. Su holgada situación económica, por otra parte, benefició a Newton, que vio ampliados sus dominios gracias a las tierras que le entregó el padrastro.

El conflicto surgió al marcharse Hannah con su nuevo esposo a North Witham. Dado que Barnabas no quería cargar con Isaac, dejaron al pequeño al cuidado de sus abuelos. Para un niño sin padre ni hermanos, y tan apegado a su madre, la separación debió de suponer un auténtica conmoción. Según uno de los principales biógrafos de Newton, Frank E. Manuel, la marcha de su madre generó en él un fuerte sentimiento de «angustia, agresividad y miedo». Este suceso le marcó profundamente, convirtiéndole en un feroz egocéntrico. Así, cada vez que alguien intentaba arrebatarle lo que estimaba suyo, respondía con violencia y desmesura. Llegó a escribir un cuaderno en el que, además de recoger minuciosamente sus pecados, relataba su plan de quemar la casa de sus padres con ellos dentro. Estos bandazos emocionales le acompañarían hasta el final de sus días.

«La naturaleza y sus leyes permanecían ocultas en la noche;
Dios dijo: '¡Hágase Newton!', y la luz se hizo.»

— Epitafio propuesto por Alexander Pope para la tumba de Newton.

Por lo que conocemos, Newton, a pesar de contar con tíos y primos que vivían cerca de su casa, padeció una infancia solitaria, lo que le preparó para una vida de aislamiento.

Tras la muerte de Barnabas, cuando Issac Newton tenía diez años, su madre regresó a la casa familiar de Woolsthorpe. Lo hizo acompañada de los tres hijos que había tenido con el clérigo: Marie, nacida en 1647, Benjamin, en 1651, y Hannah, en 1652. La madre también se trajo consigo la biblioteca del difunto Barnabas. Seguramente este, que nunca evidenció interés alguno por los estudios, debió de heredarla de su padre, que también era clérigo. De hecho, había dado tan poco uso a una libreta destinada a sus reflexiones que Newton la llamó «el cuaderno baldío», aprovechando el espacio libre para tomar sus propias notas. Lo que parece seguro es que Newton halló suficientes lecturas en la biblioteca como para fundamentar sus propias ideas religiosas.

La alegría por el reencuentro con su madre, no obstante, fue efímera: un par de años más tarde, cuando contaba doce años, fue enviado a estudiar a la escuela primaria de Grantham, a unos once kilómetros de su casa natal.

LOS PRIMEROS ESTUDIOS

Pese a que la infancia de Newton es un territorio casi desconocido para los biógrafos, sabemos que comenzó a estudiar en las escuelas de los pueblos vecinos de Skillington y Stoke.

Aunque se carece de datos fehacientes, es de suponer que allí realizó los estudios básicos. En la época estos otorgaban un papel preponderante al latín, idioma que permitiría a Newton relacionarse en el futuro con científicos de toda Europa. Otra materia destacada era el estudio de la Biblia, que, junto con las lecturas de la biblioteca de su padrastro, posiblemente fomentó las desviaciones teológicas del pequeño Isaac. En cambio, la asignatura de matemáticas se reducía por aquel entonces a una introducción básica que, como mucho, debía de incluir nociones de aritmética. Resulta chocante que recibiera una instrucción tan escasa en matemáticas el genio que, pocos años más tarde, acabaría revolucionándolas.

Mientras estudió en Grantham, Newton vivió en casa del señor Clark, un farmacéutico cuya esposa era amiga de su madre. La señora Clark tenía tres hijos de un matrimonio anterior, dos niños y una niña. Aunque con los niños no congenió, con la hija mantuvo un breve romance que terminó cuando se separaron sus caminos. Se trata de la única relación sentimental con una mujer de la que se tienen noticias en la vida de Newton.

Al parecer, Newton apenas se relacionaba con los niños de su edad, y solo abandonaba su aislamiento en contadas ocasiones. Las únicas privilegiadas con su trato eran la hija de la señora Clark y sus amigas, a quienes regalaba muñecas que hacía con sus propias manos. Tampoco se tomaba muy en serio sus estudios, hasta el punto de que en clase, donde los alumnos se sentaban según su rendimiento, Newton se encontraba al fondo del aula.

Aquellos días tuvo lugar un episodio llamativo. Una tarde, al salir del colegio, se enfrascó en una pelea con un compañero que le había golpeado. A pesar de que su adversario le doblaba en tamaño, el muchacho logró derrotarle. No contento con ello, Newton quiso vencerle también con el intelecto y, partir de ese momento, estudió día y noche hasta convertirse en el primero de la clase. La

WILLIAM STUKELEY

El médico londinense William Stukeley (1687-1765) entabló amistad con Isaac Newton poco antes de la muerte de este último. Años más tarde, Stukeley se trasladó a Grantham, el pueblo en el que Newton había estudiado, donde se dedicó a recopilar minuciosamente recuerdos y anécdotas de la estancia del genio en el lugar. A su esfuerzo, junto con el del biógrafo de Newton John Conduitt, esposo de la sobrina de este, Catherine, debemos la mayoría de los recuerdos de juventud del científico inglés. Stukeley fue, además, quien dio a conocer el supuesto idilio que sostuvo Newton con la hija de la señora Clark. Pese a que Newton jamás mencionó esta relación, al médico se la contó la propia protagonista.

anécdota revela un rasgo crucial de su carácter: la capacidad de superarse ante los rivales que consideraba inferiores.

En su nuevo hogar, Newton pudo disfrutar de la biblioteca científica del farmacéutico. Sus estantes, presumiblemente, permitieron al joven científico iniciarse en los rudimentos de la filosofía natural o, como se le llama hoy, física. Su interés por la ciencia era cada vez mayor, y no tardó en aplicar los conocimientos que iba adquiriendo. Durante una tormenta, por ejemplo, comprobó que el viento le servía para dar saltos más largos de lo acostumbrado. Poco después, ganó una carrera aprovechando lo que había aprendido sobre la fuerza del viento.

Otra de sus pasiones fue el dibujo, como atestiguan las paredes de la casa del señor Clark, adornadas con retratos, animales, flores y dibujos geométricos. En la vivienda tampoco escaseaban los relojes de sol, por los que Newton sentía verdadera devoción. Prueba de ello es que llegó a diseñar el suyo propio con tan solo nueve años de edad.

VUELTA A CASA

En 1659 la madre de Newton decidió que su hijo no debía continuar con sus estudios. Siendo terrateniente, tenía el deber de regresar al hogar y consagrar el resto de sus días a las labores propias de su rango. Sin embargo, como se sabe, al muchacho le aguardaba un futuro bien distinto.

Las tierras que poseía le convertían en terrateniente, pero su mente se encontraba en otra parte. En lugar de vigilar las ovejas de la granja, se dedicaba a construir maquetas de molinos de agua, con lo que el rebaño terminaba escapándose e invadiendo los terrenos vecinos. También era frecuente que, en vez de ir al mercado, mandase a un sirviente en su lugar mientras él se sumergía en los libros del señor Clark.

Por fortuna, hubo varias personas que, además de advertir que Newton no estaba hecho para las tareas rurales, detectaron el potencial científico del muchacho. Por un lado, el hermano de su madre, William Ayscough, insistió en que debía continuar estudiando para, más tarde, ir a la universidad. Para ello, contó como aliado con el hermano de la señora Clark, el clérigo Humphrey Babington, que acabaría entablando una gran amistad con Newton. Por otro lado, su maestro en Grantham, el señor Stokes, también lamentaba que el joven malgastase su talento en labores que podía desempeñar cualquier sirviente. Tan convencido estaba, que se mostró dispuesto a correr con los gastos escolares del muchacho y a acogerlo en su casa hasta que terminase su formación.

Finalmente, Hannah dio su brazo a torcer y, un año más tarde, aceptó que su hijo retomara sus estudios. Para ella, en realidad, debió de ser un descanso que Newton se fuera, porque todo hace suponer que su estancia en la casa había resultado un verdadero infierno.

Newton nunca abandonó la costumbre de recoger en sus notas todo lo que se cruzaba por su mente. Sus cuadernos podían contener desde ideas, experimentos o dibujos hasta el dinero gastado en el propio cuaderno. Tras concluir la formación primaria, Newton se matriculó en la universidad, dejando atrás un mundo rural por el que nunca había sentido el más mínimo interés.

EL CUADERNO DE MORGAN

Este cuaderno de Newton se encuentra actualmente en la biblioteca neoyorquina Pierpont Morgan (en la imagen). Este documenta muchas de las transgresiones morales cometidas por el científico. Y es que en 1662, inmerso en un periodo de intensa obsesión religiosa, decidió anotar todos sus pecados en listas, de las que hoy se conservan dos. En la primera de ellas se recogían las faltas que tuvieron lugar en Woolsthorpe y en Grantham, tales como «enfadarme con mi madre», «pegar a mi hermana», «reñir a los criados» o «llamar mujerzuela a Dorothy Rose». En la segunda lista, confeccionada más tarde y menos exhaustiva, pueden encontrarse deslices de su estancia en Cambridge. En general, son de carácter más religioso que los anteriores: «descuidar la oración», «pensar más en el dinero y el placer que en el Señor», «hacer tartas el domingo por la noche», «atender sin prestar atención a muchos sermones»...

EL TRINITY COLLEGE

Newton llegó a Cambridge el 4 de junio de 1661 y, un día más tarde, ingresó en el Trinity College, al que permanecería vinculado los siguientes cuarenta años. Los *colleges* eran colegios universitarios que gozaban de cierta autonomía. La elección de este, considerado el mejor de la ciudad, pudo deberse a varias razones. Por un lado, William Ayscough había estudiado en él y, por otro, Humphrey Babington era *fellow* del centro. Los *fellows* eran posgraduados que tenían concedida una beca de investigación.

Newton se matriculó en el *college* como *subsizar*, pintoresca categoría que designaba a los alumnos sin recursos que realizaban trabajos para los estudiantes acaudalados. Básicamente, los *sub-*

sizar eran sirvientes que, a diferencia de los *sizars*, debían costearse su propia comida.

No está muy clara la razón por la que el heredero de una importante hacienda empezó sus estudios universitarios de esta forma. Es posible que la madre, no siendo muy partidaria de que su hijo estudiara, mostrase su enojo restringiéndole la paga. Por otra parte, cabe recordar que, debido a las privaciones de su infancia, Hannah ejercía un riguroso control sobre los gastos, con lo que quizá pensó que su hijo no necesitase más. Otros historiadores apuntan que, tal vez, entrara como *subsizar* del propio Babington.

Lo cierto es que, para alguien que estaba acostumbrado a tener sirvientes, pasar de la noche a la mañana a servir a otros debió de significar un trauma, potenciando aún más su aislamiento. La relación con los compañeros no fue muy distinta de la que mantuvo en primaria. Newton tenía un par de años más que el resto de los alumnos e intereses que no coincidían con muchos de ellos. Los estudiantes de la época eran, en ocasiones, más amantes de la juerga y la bebida que de los libros. No ayudaba el hecho de que Cambridge estuviera repleto de tabernas donde se podía conseguir fácilmente alcohol y entablar relación con mujeres de dudosa reputación. Aunque la universidad había promulgado edictos prohibiendo la visita a esos lugares, ni alumnos ni profesores se tomaban muy en serio la prohibición. No es de extrañar que solo se graduara, aproximadamente, una tercera parte de los alumnos que llegaban a Cambridge.

Una anécdota explica cómo fue la relación de Newton con sus compañeros. Debido a su estatus universitario, se veía obligado a compartir habitación con otro alumno. Sin embargo, no soportaba a quien le habían asignado, por lo que cambió en cuanto pudo: el afortunado fue John Wickins, con quien sí congenió a la perfección. El hijo de este último relató años más tarde cómo fue el encuentro:

> La intimidad de mi padre con él se produjo por puro accidente. El primer compañero de cuarto de mi padre era muy desagradable de trato. Un día se fue a los paseos, donde se encontró con Mr. Newton, solitario y abatido. Cuando empezaron a hablar, se dieron cuenta de que la razón del malestar de ambos era la misma, y decidieron deshacerse de sus desordenados compañeros y formar un equipo; lo cual hicieron tan pronto como tuvieron ocasión, manteniendo esta alianza tanto tiempo como mi padre permaneció en el *college*.

Los temperamentos de ambos compañeros debieron de complementarse bien, pues no hay constancia de otros alumnos con los que Newton trabase una amistad profunda. De hecho, aunque más adelante el *college* les ofreció disponer de cuartos individuales, ellos prefirieron seguir compartiendo habitación.

En todo momento, Wickins se mostró como un compañero solícito, que ayudó a Newton a realizar sus experimentos y redactar sus investigaciones.

A todos los alumnos nuevos se les adjudicaba un tutor, que se encargaba de orientar a los alumnos y, especialmente, de proporcionarles los libros de la biblioteca que necesitasen. En el caso de Newton, le correspondió el profesor de griego Benjamin Pulleyn, quien, aunque supo ver el potencial del joven, no ejerció gran influencia sobre él.

LOS ESTUDIOS UNIVERSITARIOS DE NEWTON

Newton empezó estudiando la licenciatura en Artes, que constaba de cuatro cursos. En el primero se trabajaba la lectura, la escritura y la retórica (el arte de la elocuencia). Se hacía gran hincapié en las lenguas clásicas, sobre todo en el latín y el griego, pero sin olvidar el hebreo. El resto del año se dedicaba al estudio de la Biblia y la obra de Aristóteles, completándose con otras materias como historia o poesía. Los dos cursos siguientes se centraban en la dialéctica, con lo que prácticamente se completaba el denominado «trivio».

El cuarto año se profundizaba en la filosofía, que incluía metafísica, ética, física y matemáticas. En esta última materia se impartía el «cuadrivio», que comprendía la aritmética de Cardano, la geometría de Euclides, la astronomía de Ptolomeo y, por último, música.

LAS CARRERAS UNIVERSITARIAS EN EL RENACIMIENTO

Reunión de doctores en la Universidad de París (1537).

En los siglos precedentes al nacimiento de Newton, el plan de estudios de las universidades era muy limitado. En el Renacimiento, la universidad no aspiraba a ofrecer un conocimiento enciclopédico, y la oferta se reducía, en primer lugar, a un estudio de las artes liberales, que incluían los clásicos trivio (gramática, dialéctica y retórica) y cuadrivio (aritmética, geometría, astronomía y música). Posteriormente, los que obtenían el bachiller en artes podían seguir con estudios superiores, que ofrecían solo tres opciones: teología, derecho y medicina. Los interesados en las ciencias debían elegir una de las tres posibilidades. Por ejemplo, mientras que Descartes y el matemático francés François Viète se graduaron en derecho, Galileo se decantó por medicina. Esta última especialidad era, quizá, la que presentaba mayor afinidad con los estudios científicos, siendo la preferida entre los amantes de la filosofía natural. Aunque en el futuro las universidades fueron ampliando su abanico, en el siglo XVII seguían muy apegadas a los cánones clásicos griegos y latinos y a los conocimientos medievales.

La universidad en aquella época, pues, seguía anclada en un plan de estudios basado en patrones medievales. No es de extrañar que no captara el interés de Newton, que siempre iba un poco más lejos que sus contemporáneos. Según lo anotado en sus cuadernos, parece que no terminó las lecturas obligatorias, inclinándose por otras más actuales.

Esta preferencia queda patente en un cuaderno al que llamó *Quaestiones quaedam philosophicae* (*Algunas cuestiones filosóficas*), que comenzó alrededor de 1664. En él aparece una de sus frases más celebres: «Platón es mi amigo, Aristóteles es mi amigo, pero mi mejor amiga es la verdad». Pese a ello, ambos filósofos griegos apenas eran mencionados en el cuaderno, mientras que abundaban los comentarios de autores más modernos como Descartes, Galileo, Robert Boyle, Henry More, Hobbes o Gassendi.

Que el plan de estudios de la universidad se encontrase anquilosado no impedía que, regularmente, llegasen a ella los últimos libros científicos que salían a la luz. De esta manera, Newton pudo consultar las obras más recientes e, incluso, comprar las que más le interesaban.

Y es que Newton fue un autodidacta que devoraba todo lo que caía en sus manos. No se limitaba a tomar anotaciones: también profundizaba en los aspectos que le resultaban más interesantes, reproduciendo incluso algunos experimentos. Esta forma de proceder no era nueva, pues ya se comportaba igual en la biblioteca del señor Clark.

Una anécdota relatada por su biógrafo John Conduitt da fe de la tenacidad del joven:

> Compró la *Geometría* de Descartes y la leyó por sí mismo. Cuando había leído dos o tres páginas, se sintió incapaz de seguir adelante. Empezó de nuevo y avanzó tres o cuatro páginas más, hasta llegar a otro punto más difícil. Volvió a empezar y avanzó un poco más. Y continuó así hasta convertirse en dueño de todo su significado, sin haber recibido ningún tipo de ayuda o tenido un aprendizaje.

ASEGURÁNDOSE LOS ESTUDIOS

En esa época, la prioridad de Newton era continuar con sus estudios indefinidamente, única manera de satisfacer sus ansias de conocimiento. Para ello, debía lograr una beca (*scholarship*) que asegurase su continuidad en el Trinity. Aunque hasta ese momento no había destacado en los estudios, decidió probar suerte.

En 1664 se convocaron las *scholarships*, oportunidad que no se presentaba todos los años. Para prepararse aparcó sus estudios e investigaciones paralelas, y se centró en los que debería estar si-

ISAAC BARROW

El teólogo y matemático londinense Isaac Barrow (1630-1677) estudió en el Trinity College de Cambridge, donde se graduó en 1648, sobresaliendo en matemáticas. Más tarde, enseñó griego en la Universidad de Cambridge, puesto del que fue expulsado en 1655 por cuestiones políticas. Tras ser ordenado sacerdote en 1660, impartió clases de griego y geometría en el Gresham College. En 1663 fue elegido para la recién creada cátedra Lucasiana en Cambridge, cargo que ocupó hasta 1669, año en que la dejó en manos de Isaac Newton. Desde 1670 fue capellán del rey Carlos II, que lo nombró, dos años después, director del Trinity College, labor que desempeñó hasta su muerte. Fue el promotor de su soberbia biblioteca. Es conocido por ser uno de los precursores del cálculo infinitesimal. Publicó dos volúmenes que recogían sus clases en la universidad: *Lecciones de óptica* y *Lecciones de geometría*. En ambas fue ayudado por Newton.

guiendo. Su tutor, Pulleyn, le aconsejó examinarse con Isaac Barrow, pensando que este sería el único capaz de reconocer las capacidades de Newton. Sin embargo, el plan no salió según lo previsto.

Isaac Barrow, que después se convertiría en el alma máter de Newton en Cambridge, no conocía las inclinaciones del muchacho, y lo examinó del temario oficial. Es decir, los *Elementos* de Euclides. Barrow no sospechaba que el alumno dominaba a Descartes sin haber asimilado antes a Euclides, por lo que le preguntó por este último exclusivamente y Newton no pudo lucirse.

Sin embargo, el 28 de abril de 1664 Newton consiguió la beca. No sabemos si porque su genio acabó resultando evidente para Barrow, o porque, como sospechan algunos, recibió ayuda por parte de Babington. Su nuevo estatus le aseguraba un salario fijo, aparte de los gastos de manutención. Pero, sobre todo, le garantizaba cuatro años más de estudios hasta conseguir el título de Master of Arts, lo que equivalía a la licenciatura en Artes.

Durante esta época, Newton había abandonado totalmente la filosofía aristotélica y se había adentrado en la nueva filosofía mecánica. Las anotaciones en el cuaderno *Quaestiones* reflejan los asuntos que le interesaban, como el movimiento, la presión, la luz, los colores, el espacio, la gravitación o la materia. Se considera que fue por aquel entonces cuando la experimentación cobró un papel protagonista en sus investigaciones.

Newton se convirtió en un estudioso febril que se olvidaba de comer y de dormir. Su compañero de cuarto, Wickins, relata que muchas mañanas se lo encontraba trabajando después de haber pasado toda la noche enfrascado en sus estudios. Por ejemplo, en 1664 dedicó varias noches en vela estudiando la aparición de un cometa, anotándolo todo en su cuaderno *Quaestiones*. Otra muestra de su actividad febril la constituye su investigación sobre los colores, para la que se quedó mirando al Sol hasta verlos distorsionados. Su imprudencia le obligó a pasar varios días en la oscuridad para recobrar la vista normal. En otra ocasión, también estudiando los colores, se introdujo un punzón entre el ojo y el hueso, presionó el globo ocular para alterar la retina, y observó los círculos coloreados que esta acción provocaba. Aunque hoy en día parezcan prácticas insensatas, en la época era frecuente que los filósofos cometieran este tipo de excesos. Por ejemplo, Robert Hooke, mientras estudiaba el mundo microscópico, tuvo varios días sin comer a un piojo. A continuación, le permitió alimentarse de su sangre para ver cómo esta fluía por el aparato digestivo del insecto.

Por otra parte, en 1663 Newton había descubierto ya las matemáticas, en las que se volcaría con auténtica pasión. Así lo recordó más de treinta años más tarde en sus notas:

> 4 de julio de 1699. A resultas de consultar unas notas sobre mis gastos en Cambridge, de los años 1663 y 1664, encuentro que, en el año 1664, un poco antes de Navidad y siendo *senior sophister* [alumno de tercer año], compré las *Miscelánea*s de Schooten y la *Geometría* de Descartes (habiendo leído esta geometría y las *Clavis* de Oughtred más de medio año antes), tomé prestados los trabajos de Wallis y, como con-

secuencia, escribí estas anotaciones a partir de Schooten y Wallis, en invierno, entre los años 1664 y 1665. En ese tiempo encontré el método de las series infinitas. Y, en el verano de 1665, viéndome obligado a abandonar Cambridge por la epidemia, calculé el área de la hipérbola en Boothby, Lincolnshire, de 52 cifras por el mismo método.

En poco más de un año, Newton había sido capaz de asimilar por sí solo todo el fundamento de análisis del siglo XVII y, a partir de ahí, seguir su camino, que le conduciría al descubrimiento del cálculo. Este interés repentino por las matemáticas coincidió en fechas con un hecho importante: en 1663 se creó la cátedra Lucasiana en Cambridge, la primera dedicada a las matemáticas y la filosofía natural de las ocho existentes en Inglaterra. Su profesor,

LA CÁTEDRA LUCASIANA

La cátedra Lucasiana fue creada por el parlamentario inglés Henry Lucas (ca. 1610-1663), en representación de la Universidad de Cambridge, entre 1639 y 1640. En su testamento, ordenó la compra de unos terrenos cuyas cien libras de renta se destinarían a una cátedra dedicada a las matemáticas y a la filosofía natural, y que se convirtió en una de las mejor dotadas de la época. Las exigencias de la cátedra eran severas: impartir una conferencia semanal sobre geometría, astronomía, óptica y estática, además de otra disciplina matemática. Asimismo, cada año se debía entregar a la universidad una copia de diez de esas conferencias. Lo cierto es que nadie seguía estas condiciones a rajatabla, especialmente Newton. El primer titular de la cátedra fue Isaac Barrow, quien en 1669 se la entregó a Newton. A él le sustituyó su discípulo William Whiston. Entre los titulares de la cátedra se cuentan Charles Babbage, el gran matemático de la computación, y los físicos Paul Dirac y Stephen Hawking. Este último la mantuvo entre 1979 y 2009.

Stephen Hawking fue titular de la cátedra Lucasiana durante tres décadas.

a partir de febrero de 1664, fue Isaac Barrow y, según las anotaciones de Newton, es posible que también asistiera a sus conferencias. Estas pudieron abrirle un camino que hasta el momento, dado su desconocimiento de la matemática clásica, no había vislumbrado.

En enero de 1665 Newton consiguió el título de bachiller en Artes y empezó a prepararse para conseguir el de máster en 1668. Entre medias, tuvo lugar un episodio que determinó no solo su vida, sino la ciencia en general.

Ese mismo año una epidemia de peste negra asoló Inglaterra. Esta enfermedad había causado estragos en Europa. Sin ir más lejos, Inglaterra ya había sufrido una epidemia en 1625. Para evitar el contagio, se restringía el agrupamiento de personas, por lo que en el verano de 1665 la universidad cerró y se envió a los alumnos a sus casas. Newton se marchó a Woolsthorpe, de donde regresaría habiendo revolucionado la ciencia.

LA REVOLUCIÓN CIENTÍFICA

Las ideas de Newton revitalizaron un mundo científico que, lejos del esplendor experimentado en la Antigua Grecia, había entrado en decadencia. Gracias a los sabios árabes se recuperó gran parte de ese conocimiento, pero no fue hasta la invención de la imprenta cuando Europa lo descubrió de nuevo.

Durante la época medieval, casi todos los saberes científicos permanecieron supeditados a los cánones griegos, con lo que la ciencia apenas avanzó. A mediados del siglo XVII, en las universidades aún se seguían planes de estudios herederos del esquema clásico y latino. Sin embargo, la ciencia volvió a florecer en el Renacimiento. Desde mediados del siglo XVI, y durante un par de siglos, se desató en Europa una revolución científica que constituiría el nacimiento de la ciencia moderna. En particular, esa revolución tuvo lugar entre la publicación del *De revolutionibus* de Copérnico, en 1543, y los *Principia* de Newton, en 1687.

El nacimiento de la física moderna estuvo unido al desarrollo de la astronomía. Y es precisamente en ese campo donde todo

cambió. Los astrónomos griegos, árabes y cristianos, en su mayoría, habían aceptado la cosmología aristotélica y la astronomía de Ptolomeo. Esta última se encargaba principalmente del cálculo, y la cosmología indicaba las leyes generales que regían el universo. Para Aristóteles, el universo era cerrado y finito, con la tierra inmóvil en el centro, y el Sol y los planetas girando, de forma circular, alrededor de ella. Todo el sistema se dividía en dos partes: la terrestre, que comprendía la Tierra y los planetas, y la celeste, correspondiente a una esfera que albergaba a las estrellas fijas.

NICOLÁS COPÉRNICO

Nicolás Copérnico (1473-1543) estudió en la Universidad de Cracovia y durante algunos años viajó por Italia, donde entró en contacto con la astronomía. Durante la mayor parte de su vida ejerció como administrador y secretario de las autoridades eclesiásticas. Copérnico replanteó la estructura del universo, pero no para destruir la griega, sino para modificarla. Para ello, se apoyó en los resultados del sabio griego Aristarco de Samos, que fue el primero que colocó al Sol en el centro del universo. Ya en 1514, Copérnico sostuvo en un manuscrito que la Tierra giraba alrededor del astro rey, afirmación que iba en contra de las sagradas escrituras y de la cosmología de la época. El texto, de solo una docena de páginas, llevaba por título *De hypothesibus motuum coelestium a se constitutis commentariolus* (*Breve exposición de las hipótesis acerca de los movimientos celestes*), y no llegó a ser impreso. Copérnico escribió posteriormente la obra que revolucionó la astronomía: *De revolutionibus orbium coelestium* (*De la revolución de los orbes celestes*). A pesar de las peticiones de amigos, e incluso de las autoridades eclesiásticas, se negó rotundamente a publicarla. Por fortuna, apareció en su vida una figura que le convenció de lo contrario: el astrónomo austríaco Georg Joachim von Lauchen (1514-1574), conocido por su nombre latinizado, *Rhetico*. Ambos se volcaron en preparar la publicación de *De revolutionibus*, que vería la luz en la primavera de 1543. Copérnico llegó a ver un ejemplar, pero pocos días antes de morir. El libro se difundió por toda Europa, pero sus ideas no fueron bien recibidas. No obstante, incluso sus detractores terminaron aceptando sus métodos de cálculo, muy superiores a los de Ptolomeo. Hubo que esperar a la aparición de Kepler y Galileo para que sus teorías tomasen fuerza; sin embargo, solo se consolidaron cuando Newton estableció las leyes que regían los planetas.

«No es de gran interés el que demos una demostración absoluta, después haber visto que una perfecta demostración puede ser dada. Concedo que debería aparecer en una forma clara, ingeniosa y elegante, como en todos los trabajos de Arquímedes. Pero lo primero y más importante es el método de descubrimiento mismo.»

— Christiaan Huygens, en *Horologium oscillatorium*.

En la ciencia griega, especialmente en las matemáticas, lo importante era ofrecer resultados que se pudieran demostrar y justificar. Los que no estaban bien fundamentados no llegaban a ver la luz. Pero en la época de la revolución científica los estudiosos consideraban que inaugurar nuevos caminos era tanto o más interesante que demostrarlos rigurosamente. En este sentido, muchos matemáticos presentaron sus investigaciones indicando que carecían de la precisión del método clásico.

Un pensador que contribuyó al nuevo enfoque de la ciencia fue Francis Bacon (1561-1626), filósofo, escritor y político inglés que, dada su importancia, fue nombrado lord Canciller del Parlamento de Inglaterra. En 1620 publicó su obra *Novum organum*, en la que estableció las reglas que rigieron el método científico experimental. La obra obtuvo una gran repercusión y sentó las bases del pensamiento científico moderno. Su fama fue tal que Jonathan Swift parodió sus ideas en *Los viajes de Gulliver*. No obstante, el mayor error de Bacon fue no ser capaz de intuir que las matemáticas, cuyo estudio relegó, serían imprescindibles en la concepción moderna de la ciencia.

Como se ha dicho, los científicos potenciaron el conocimiento empírico y la experimentación, en detrimento de la formulación

teórica y razonada de los resultados. Más que emprender nuevas investigaciones científicas, se echó la vista alrededor para aplicar la ciencia en el entorno, actitud que quedó reflejada en la siguiente frase de Descartes: «He decidido abandonar la geometría abstracta, es decir, la consideración de cuestiones que solo sirven para ejercitar la mente, para estudiar otro tipo de geometría que tiene por objeto la explicación de los fenómenos de la naturaleza».

En dos siglos se sucedieron todo tipo de avances científicos: Galileo creó la nueva mecánica con su estudio del movimiento; el físico y matemático neerlandés Christiaan Huygens (1629-1695) definió la fuerza centrífuga y calculó la ecuación exacta del período de un péndulo, que le condujo al cálculo exacto del valor de la gravedad; la teoría de los colores prosperó gracias a las aportaciones de Hooke y del propio Newton; se inventaron el microscopio y el telescopio, y Galileo revolucionó la astronomía con la observación de los cielos; Andrés Vesalio (1514-1564) expuso en 1543, por primera vez, la anatomía humana al completo, a partir de la observación de cadáveres; Marcello Malpighi (1628-1694) descubrió con ayuda del microscopio los vasos capilares y los alveolos en vísceras como los pulmones; Anton van Leeuwenhoek (1632-1723) fundó la microbiología al estudiar los seres microscópicos, y fue el precursor de la biología celular...

Las ciencias de la Tierra comenzaron a describir las características de la corteza terrestre, siguiendo su evolución a lo largo del tiempo. Se dieron los primeros pasos para la fundamentación de la cristalografía por Stenon y Bartholin. Asimismo, se comenzaron a relacionar los fósiles con las capas sedimentarias. Hooke vinculó especies de Inglaterra con las de los trópicos. Y, a finales del siglo XVII, John Ray definió el concepto de especie biológica.

Gracias a Robert Boyle (1627-1691), la química comenzó a desarrollarse como ciencia independiente, desligándose de la medicina. Por su parte, la alquimia potenció el trabajo de laboratorio, especialmente el manejo de balanzas y el proceso de destilación. Por último, en 1675, Lemery consolidó la literatura química.

Las labores de investigación y experimentación, por tanto, abrieron horizontes hasta el momento desconocidos. Los científicos estrecharon más sus relaciones e, intercambiando el re-

Retrato de Isaac Newton realizado por Godfrey Kneller (1646-1723), artista que fue pintor en las cortes de varios monarcas ingleses. En esta obra el científico contaba con cuarenta y seis años de edad.

sultado de su trabajo, potenciaron el conocimiento de tal modo que en un par de siglos se avanzó mucho más que en los quince anteriores. Es cierto que, al carecer del purismo de los clásicos, muchos de los resultados se revelaron erróneos. Pese a ello, desbrozaron el camino para el resto de investigadores, perfilando la ciencia tal y como la conocemos hoy.

EL ÁLGEBRA SIMBÓLICA

Una de las ramas de la matemática que mayor evolución experimentó con la revolución científica fue el álgebra. Desde Grecia, las matemáticas se encontraban supeditadas a la geometría. Mediante la geometría se representaban los números, las relaciones aritméticas y algebraicas, o el cálculo de operaciones. Incluso René Descartes (1596-1650), en pleno siglo XVII, hallaba raíces o resolvía ecuaciones valiéndose de la geometría.

Pese al impulso otorgado a principios del siglo XVI por los italianos Girolamo Cardano (1501-1576) y Niccolò Fontana (1499-1557), más conocido por el nombre de *Tartaglia* («Tartamudo»), el algebra seguía expresándose de manera literal. Es decir, la resolución de un problema se efectuaba a través de una explicación escrita en la que no aparecían símbolos ni ecuaciones. Esto impedía que se pudieran ofrecer métodos generales, pues cada resolución solo servía para un problema determinado.

Esta situación comenzó a cambiar con el matemático francés François Viète (1540-1603). Licenciado en Derecho, ejerció de abogado y fue asesor de diversos reyes. Se especializó en descifrar mensajes, por lo que fue tachado de brujo por sus enemigos. Es un clásico ejemplo de científico que, pese a dedicarse a otra profesión, sentía pasión por las matemáticas.

Realmente, la renovación del álgebra surgió a partir de la trigonometría. En 1579 Viète publicó una tabla de funciones trigonométricas con el título *Canon mathematicus*. La obra incluía una parte teórica expresada en forma de tablas, lo que prefiguraba la notación algebraica futura. Por otra parte, insistía en el

texto en la superioridad de la notación decimal frente a la notación sexagesimal, la más usada en aquel momento. Y es que los decimales no se popularizaron hasta que el matemático flamenco Simon Stevin (1548-1620) publicó en 1585 *De thiende* (*El décimo*), un libro sobre notaciones matemáticas dirigidas a la práctica económica.

Viète, además, fue el primero que comenzó a introducir letras para representar los valores y las incógnitas de una ecuación. Utilizaba letras latinas mayúsculas: vocales para representar las incógnitas y consonantes para los datos del problema.

Aunque representó un avance significativo, el sistema de Viète aún se encontraba lejos de la notación simbólica tal y como se entiende hoy. Su método mezclaba palabras y abreviaturas. Así, si *A* era la variable, para indicar su potencia tercera, es decir, A^3, escribía *A cubus*.

En la obra *Historia general de las ciencias*, de René Taton (1915-2004), se encuentra un ejemplo de traducción de una ecuación moderna. Viète escribía la ecuación $x^3-3bx^2+(3b^2+d)x=c+db+b^3$ de la siguiente forma:

$$\left.\begin{array}{l} E\ cubus \\ -B\ in\ E\ quar.\ ter. \\ +B\ quadrato\ ter. \\ +D\ plano \end{array}\right\}\ in\ E \left.\begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array}\right\} aequabitur \left\{\begin{array}{l} C\ solido \\ +D\ plano\ in\ E \\ +B\ cubo \end{array}\right.$$

Más tarde, otros matemáticos fueron perfeccionando la notación de Viète y simplificándola. El inglés Thomas Harriot (1560-1621) sustituyó las letras mayúsculas por minúsculas, fue el primero en usar los símbolos de ordenación < y > y popularizó el símbolo =. Este, sin embargo, había sido creado por el también inglés Robert Recorde (1510-1558), quien afirmó que no podía haber nada más igual que dos líneas paralelas.

Por su parte, el matemático francés Albert Girard (1595-1632) fundamentó su teoría en las relaciones entre los coeficientes de

una ecuación y sus soluciones, aspecto que ya había tratado Harriot. Fue el primero en utilizar las abreviaturas *sen*, *cos* y *tan* para las razones trigonométricas. También dio por buenas las soluciones imaginarias y las negativas, que eran rechazadas por la mayoría de los matemáticos.

Cuando en 1637 Descartes publicó su *Geometría* como apéndice al *Discurso del método*, la notación utilizada era ya totalmente actual. Se trata de la primera obra matemática que un estudiante actual de bachillerato puede leer reconociendo todo lo escrito, salvo el signo de igual, ya que Descartes aún utilizaba el símbolo ∞.

La importancia del paso del álgebra sintética al álgebra simbólica no se debió solamente a expresar relaciones con símbolos fáciles de leer. El cambio, además de abordar problemas genéricos, permitió encontrar la solución de todas las ecuaciones del mismo tipo, independientemente de los coeficientes que tuviesen.

LA INVENCIÓN DE LOS LOGARITMOS

La popularización de los decimales significó un importante impulso para la aritmética, pero aún más importante para el cálculo fue la introducción de los logaritmos.

El escocés John Napier (1550-1617), barón de Merchiston, se interesó sobre ramas concretas de las matemáticas, especialmente la aritmética, y fue el creador de los logaritmos. A pesar de descubrirlos veinte años antes, los dio a conocer en su obra *Mirifici logarithmorum canonis descriptio*, publicada en 1614. Su intención inicial era crear unas tablas de números que le permitieran realizar con facilidad operaciones complicadas.

Inicialmente, consideró una progresión de razón muy simple cercana a 1, en concreto $1-10^{-7}$, y para no obtener muchos decimales multiplicó por 10^7. Mediante interpolaciones, consiguió diseñar una tabla que se acercaba bastante a la actual. En ella se usan los logaritmos naturales o neperianos, basados en el número trascendente e, ya que la expresión

$$\left(1-\frac{1}{10^7}\right)^{10^7}$$

se acerca bastante al valor de $\frac{1}{e}=\lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{1}{n}\right)^n$.

Sin embargo, realizar los cálculos con esos valores resultaba harto complicado. Por ello, el clérigo y matemático inglés Henry Briggs (1561-1630), conocido por ser el primer titular de la cátedra Saviliana de Geometría en Oxford, convenció a Napier de que modificara la base de los logaritmos trabajando con el número 10. Aparecieron así los logaritmos decimales. Su compromiso fue tal, que él mismo se encargó de crear una tabla para los 31 000 primeros números con 14 decimales.

Por su parte, el matemático y relojero suizo Joost Bürgi (1552-1632), colaborador del astrónomo Johannes Kepler, publicó en 1620 una tabla de antilogaritmos. Estos permitían, conocido el valor del logaritmo de un número, hallar ese mismo número. Bürgi realizó la tabla muchos años antes que Napier.

Para entender el concepto de logaritmo, debe tenerse presente la base con la que se trabaja. Si a es la base, para hallar el logaritmo de un número cualquiera b debemos encontrar a qué número debemos elevar la base para obtener el número buscado. Esto expresado mediante símbolos es lo siguiente:

$$\log_a b=n \Leftrightarrow a^n=b.$$

Por ejemplo, el logaritmo en base 2 de 32 vale 5 ($\log_2 32=5$), ya que 2^5 vale 32.

Igual que la diferencia es la operación inversa de la suma, y la división la operación inversa del producto, el logaritmo es la operación inversa de la potencia. La única diferencia es que la suma y el producto son operaciones simétricas, es decir, da igual el orden en que se coloquen los sumandos o factores, mientras que la potencia no lo es. Por ese motivo, la potencia tiene dos operaciones inversas. Si tenemos un número p y un número q, supongamos naturales, podemos calcular p^q multiplicando q veces el número p por sí mismo.

LA POTENCIA DE LOS LOGARITMOS

La fuerza de los logaritmos para realizar cálculos se basa en tres propiedades:

- El logaritmo de un producto de dos números es igual a la suma de los logaritmos de cada número.

$$\log_a(p \cdot q) = \log_a p + \log_a q$$

- El logaritmo de un cociente es igual a la diferencia del logaritmo del numerador menos el logaritmo del denominador.

$$\log_a\left(\frac{p}{q}\right) = \log_a p - \log_a q$$

- El logaritmo de una potencia es igual al producto del exponente por el logaritmo de la base.

$$\log_a p^q = q \cdot \log_a p$$

Los logaritmos, pues, simplifican la operación que debe hacerse: los productos y divisiones se convierten en sumas y restas, y las potencias en productos. De esta forma, para dividir dos números basta buscar en las tablas sus logaritmos y restarlos, para luego hallar el antilogaritmo de la solución. En el momento de la creación de los logaritmos, cuando no existían las calculadoras, esto tenía una gran importancia.

Es decir, podemos encontrar el número r resultado de esa operación: $p^q = r$. Si conocemos el resultado r y el exponente q de la potencia, y queremos calcular la base, deberemos resolver la ecuación $x^q = r$, lo que equivale a calcular una raíz $x = \sqrt[q]{r}$. Por el contrario, si lo que conocemos es la base de la potencia p y el resultado r, para encontrar el exponente $p^x = r$ nos encontramos con la operación inversa, el logaritmo. En este caso, la solución sería $x = \log_p r$.

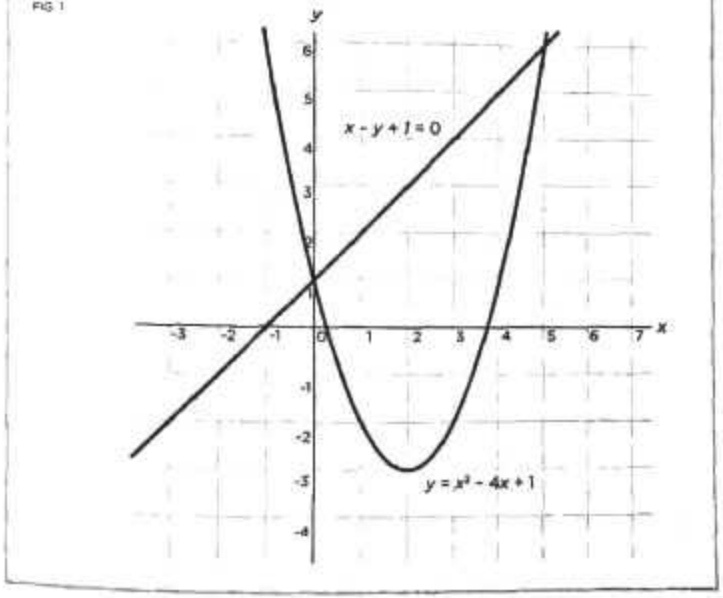
La invención de los logaritmos se difundió con rapidez, pues suponía un gran avance para el cálculo. Por ejemplo, resultó muy útil para los pesados cálculos astronómicos. El matemático Pierre-Simon de Laplace (1749-1827) llegó a decir: «Con la reducción del trabajo de varios meses de cálculo a unos pocos días, el invento de los logaritmos parece haber duplicado la vida de los astrónomos».

LA GEOMETRÍA ANALÍTICA

Otra importante herramienta descubierta durante la revolución científica fue la geometría analítica, que se esforzó en unir la geometría y el álgebra. Esta consiste en considerar que toda ecuación en dos incógnitas elevadas a distintas potencias corresponde a curvas algebraicas y, por tanto, toda gráfica geométrica lleva asociada una ecuación algebraica. Por ejemplo, en la figura 1 pueden verse una recta y una parábola con sus correspondientes expresiones algebraicas.

Según la geometría analítica, toda gráfica corresponde a un lugar geométrico formado por los puntos del plano que cumplen una determinada ecuación. Por ejemplo, en el caso de la recta, la gráfica corresponde a todos los puntos del plano de la forma (x, y) que verifican que $x - y = -1$, es decir, los puntos (-2, -1), (0,1), (1,2), etcétera. De esta forma, para trabajar con los problemas geomé-

FIG. 1



tricos basta emplear su correspondencia algebraica y trabajar con las expresiones, siempre más fáciles de manejar que las construcciones geométricas.

«Siempre que en una ecuación final aparezcan dos cantidades incógnitas, tenemos un lugar geométrico, al describir el extremo de una de ellas una línea, recta o curva.»

— Principio fundamental de la geometría analítica según Pierre de Fermat.

Ya el científico francés Nicolás de Oresme (1323-1382) había trabajado con la idea de gráfica de una función. En su libro *Tractatus de latudinibus formarum*, de 1362, sostiene: «Todo lo que varía, se sepa medir o no, lo podemos imaginar como una cantidad continua representada por un segmento rectilíneo».

Como otras veces en la historia de la matemática, esta geometría fue descubierta por dos matemáticos que trabajaban de forma independiente. Uno de ellos fue el francés Pierre de Fermat (1601-1665), que ejercía de magistrado y, como muchos otros, dedicaba su ocio a las matemáticas, aunque nunca publicó nada en vida: toda su obra fue editada tras su muerte por su hijo Clément-Samuel. Su libro *Varia opera mathematica* incluía el trabajo *Introducción a los lugares planos y sólidos*, en el que presentaba su geometría. Por su parte, Descartes, que vivía de las rentas de su familia y también se dedicaba a la matemática de forma no profesional, publicó en 1637 su obra más famosa, el *Discurso del método*, donde exponía la esencia de su filosofía. Como apéndices de esta obra, el filósofo francés publicó tres más que recogían parte de sus descubrimientos científicos: *La dióptrica*, *Los meteoros* y *La geometría*. En esta última presentó los principios de la geometría analítica.

Más adelante se produjo una disputa acerca de a quién había que atribuir el descubrimiento de la geometría analítica. Los historiadores suelen considerar que Fermat fue quien la descubrió, y Descartes, el primero que la publicó.

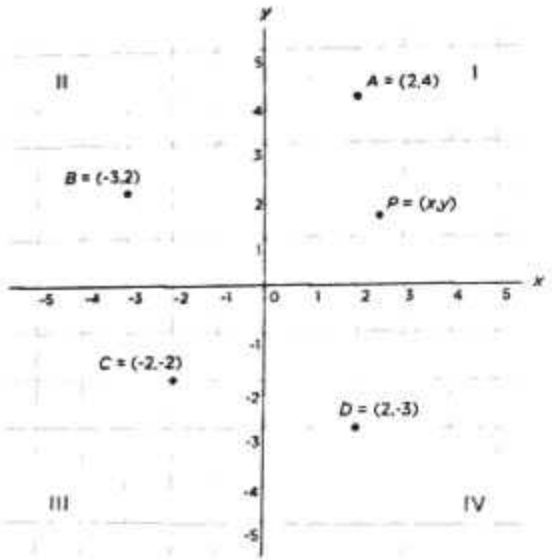
Lo cierto es que Fermat y Descartes, que estuvieron en contacto a través del filósofo Marin Mersenne, se cruzaron acusaciones de plagio el uno al otro. Hoy en día se acepta que ambos descubrieron la geometría analítica de forma independiente, si bien con enfoques distintos. Descartes acostumbra partir del problema geométrico para traducirlo al álgebra; después simplifica la expresión y, finalmente, la resuelve de forma geométrica. Es decir, comienza con la curva y luego continua con sus ecuaciones. Fermat, por su parte, empieza por las ecuaciones y a continuación estudia las propiedades de la curva definida por ellas. En general, la geometría analítica estudia, por un lado, la extracción de las ecuaciones de los lugares geométricos que dan lugar a una curva, y por otro, las propiedades de esas ecuaciones. Descartes trabajó más lo primero, y Fermat, lo segundo.

Tengamos presente que la geometría analítica no era tal como hoy la conocemos. Por ejemplo, René Descartes nunca planteó dos ejes perpendiculares. De hecho, para él, las coordenadas de los puntos no eran números, sino que representaban segmentos, debido a su gran fundamento geométrico. En su geometría no existían fórmulas para hallar distancias, división de segmentos en partes, pendientes o ángulos entre rectas. En general, la exposición de Descartes es más bien teórica, sin intención de aplicarse en la práctica, por lo que no trabajó curvas nuevas. Solo calculó con exactitud un lugar geométrico relacionado con el llamado «problema de las tres o cuatro rectas», propuesto por Apolonio de Pérgamo (ca. 262-ca. 190 a.C.), y que él llamó «problema de Pappus». Tampoco se preocupó demasiado por la representación de las curvas. Así, nunca llegó a aceptar las coordenadas negativas. Tampoco Fermat lo hizo.

La geometría de Fermat es más parecida a la actual, ya que él sí consideraba normalmente los ejes perpendiculares. Sin embargo, no siempre utilizaba el eje vertical de las ordenadas. Además de estudiar numerosas ecuaciones, llegó a la conclusión de que las ecuaciones de grado tres o cuatro se podían resolver por medio de las cónicas, aspecto que también trató Descartes. Ambos trabajaron con lo que llamaban curvas geométricas o algebraicas, es decir, aquellas que estaban relacionadas con dos variables tales que $f(x,y) = 0$ fuese una ecuación algebraica. Por otra parte, no aplicaron su método a las curvas mecánicas.

LOS EJES CARTESIANOS

La estructura de la geometría analítica se basa en hacer corresponder a cada punto del plano un par de números («coordenadas cartesianas»). De esta forma, al punto *P* se le asocian dos puntos (*x*,*y*), el primero llamado abscisa y el segundo, ordenada. Para ello, se necesita un sistema de referencia formado por dos ejes graduados que, colocados de forma perpendicular, se crucen en el punto origen *O*, al que se le asociarán las coordenadas (0,0). La primera coordenada se mide sobre el eje horizontal y la segunda sobre el eje vertical. Estos dos ejes dividen el plano en cuatro regiones llamadas cuadrantes. Estas se numeran de I a IV, en el sentido contrario a las agujas del reloj, haciendo corresponder el primer cuadrante con las partes positivas de ambos ejes.



La geometría analítica fue importante para las matemáticas, pero también para la física. Tareas como los cálculos del calendario, las predicciones astronómicas, la dinámica de proyectiles o el diseño de lentes necesitaban unas herramientas cuantitativas que se podían encontrar en la nueva geometría.

LA TEORÍA DE NÚMEROS

La revolución en el campo de las matemáticas también afectó a una de sus partes más importantes: la aritmética. Ya los matemáticos griegos estudiaron las propiedades de los números. Quien la llevó a su máximo esplendor fue Diofanto de Alejandría (ca. 200-ca. 284). Este publicó *Arithmetica*, una importante obra en trece volúmenes de los que solo se conservan los seis primeros. En ellos, además del cálculo aritmético en sí, también se incluyen elementos de álgebra. Se suele llamar problemas diofánticos a aquellos en los que solo interesan las soluciones enteras.

Durante el siglo XVII varios matemáticos trabajaron en la teoría de números, centrándose sobre todo en los números primos. Por ejemplo, el francés Marín Mersenne (1588-1648) descubrió los que se conocen como «primos de Mersenne», que son aquellos de la forma 2^n-1 que sean primos, como 3, 7, 31 y 127. En los últimos treinta y cinco años, los números primos más grandes siempre han sido primos de Mersenne. En la actualidad, el número primo más grande conocido es $2^{74\,207\,281}-1$, que tiene más de 22 millones de cifras. Se debe tener presente que, actualmente, los números primos son de vital importancia, dado que sirven para encriptar mensajes. Esto permite, por ejemplo, garantizar la seguridad de las conexiones en internet, así como la del dinero cuando se realizan transacciones digitales.

No obstante, el matemático más importante de la época fue Pierre de Fermat, al que se puede considerar el padre de la teoría moderna de los números. Aunque el genio llevó a cabo su trabajo en distintas ramas de las matemáticas, parece que la teoría de números fue su preferida.

Fermat, que trabajó con números primos, buscó una forma de generarlos, un objetivo perseguido por muchos matemáticos. Conjeturó que los números de la forma $2^{2^n}+1$ son todos primos, y lo comprobó con los cinco primeros: desde $n=0$, hasta 4, obteniendo los primos 3, 5, 17, 257 y 65 537. Sin embargo, a partir de ahí, no se cumple la propiedad, pues en 1732 el matemático suizo Leonard Euler (1707-1783) demostró que para $n=5$ se obtenía un número compuesto.

Fermat llegó a demostrar un resultado tan solo planteado como conjetura por Albert Girard. Esta sostenía que los primos de la forma $4n+1$ pueden expresarse como suma de dos cuadrados de forma única. Por ejemplo, para $n=7$, el número $29=2^2+5^2$. También aventuró, aunque no demostró, otro resultado conocido como «pequeño teorema de Fermat». Si p es primo y $a>0$ es un número primo con p, entonces $a^{p-1}-1$ es divisible por p. Esta conjetura fue demostrada más tarde por Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716), pero nunca llegó a publicarla, cosa que sí hizo Leonhard Euler (1736).

EL CÁLCULO DE PROBABILIDADES

Otra figura decisiva en la historia de las matemáticas fue Blaise Pascal (1623-1661). Con solo diecisiete años escribió la obra *Ensayo sobre las cónicas*, en la que aparecía lo que se conoce como teorema de Pascal, que aborda la geometría proyectiva. Pero también estudió la presión atmosférica o la dinámica de fluidos. Alcanzó gran notoriedad en su época al crear una de las primeras máquinas mecánicas de cálculo, la popular *pascalina*. También fue inventor de una nueva rama de las matemáticas.

El azar y sus juegos son conocidos desde el alba de los tiempos, pero su estudio sistemático no había tenido lugar hasta el Renacimiento. En la década de 1560 Girolamo Cardano escribió su *Libro sobre los juegos de azar*, en el que recogía el primer estudio exhaustivo sobre las reglas que regían esos juegos. En él planteaba, por ejemplo, la ley de los grandes números. En cualquier caso, la obra fue publicada un siglo más tarde, cuando el cálculo de probabilidades ya había sido descubierto y popularizado.

Alrededor de 1654, el escritor francés (y jugador empedernido) Antoine Gombaud, caballero de Méré (1607-1684), propuso a Pascal un problema con el que se topaba en sus partidas: «¿Qué es más probable, sacar al menos un 6 en cuatro lanzamientos de un dado, o sacar un doble 6 en veinticuatro lanzamientos de dos dados?». Pascal consultó por carta el problema con Fermat y, entre los dos, crearon la moderna teoría de la probabilidad. Aunque

EL TRIÁNGULO DE PASCAL

El triángulo aritmético, que durante muchos años se llamó de Tartaglia y que hoy recibe el nombre de Pascal, es una distribución numérica cuya ley de formación es muy simple. En la imagen de la izquierda puede verse el triángulo de Pascal y al lado una disposición en pirámide para apreciar más fácilmente sus propiedades. Vemos que cada fila, en este segundo esquema, comienza y termina en 1, siendo los restantes términos la suma de los dos que están en la fila superior.

1	1	1	1	1	1	1	1
1	2	3	4	5	6	7	
1	3	6	10	15	21		
1	4	10	20	35			
1	5	15	35				
1	6	21					
1	7						
1							

Otra propiedad es que cada fila tiene como segundo y penúltimo término el orden de la fila correspondiente. Resulta evidente que la disposición es simétrica. Además, la suma de todos los elementos de la fila k es 2^k. Aunque el triángulo aritmético se conocía desde hacía seis siglos, Pascal lo relacionó con la probabilidad y descubrió varias propiedades hasta entonces inéditas. Por ejemplo, si se eligen dos números cualesquiera consecutivos en una misma fila, la proporción, entre el mayor y el menor, es la misma que entre el número de términos que hay desde el mayor a un extremo de la fila respecto del equivalente para el menor. Por ejemplo, si elegimos en la fila séptima el 21 y el 35, como desde el 21 a un extremo hay 3 números, y del 35 al otro hay 5, se verifica que

$$\frac{35}{21}=\frac{5}{3}.$$

Como puede verse, el triángulo aritmético está relacionado con los números combinatorios, y tiene una gran importancia en el desarrollo de la potencia de un binomio.

no publicaron nada, en 1657 vio la luz un breve estudio llamado *Sobre los razonamientos relativos a los juegos de dados*, que recogía los resultados incluidos en esa correspondencia. La publicación fue posible gracias al matemático Christiaan Huygens.

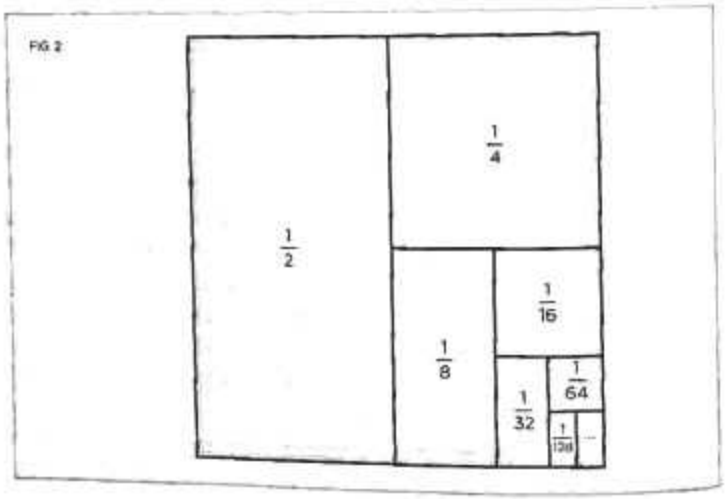
LAS SERIES INFINITAS

Una de las herramientas que sirvieron de base al cálculo infinitesimal de Newton fueron las series infinitas, que son sumas de infinitos términos de una sucesión de números. En general, los matemáticos se preocuparon por aquellas sumas de infinitos términos que daban lugar a un número finito. La primera suma de infinitos términos en abordarse fue la que se conoce como «serie geométrica», en la que se suman las distintas potencias de un número menor que la unidad. Ya existen soluciones para este tipo de series en el papiro de Rhind. Este papiro, también conocido como «papiro de Ahmes» —Ahmes fue el escriba egipcio que lo copió—, reúne una serie de problemas matemáticos del siglo XIX a.C.

En algunos de ellos el cálculo resulta muy visual. Por ejemplo, en la serie geométrica más común, cuya base es 1/2, es fácil ver cuál es la solución de una forma geométrica, es decir, representando la solución gráficamente, tal y como puede verse en la figura 2.

$$\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^3+\left(\frac{1}{2}\right)^4+\ldots=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\ldots=1$$

FIG. 2



Interpretación geométrica de la serie geométrica de base 1/2, en la cual puede observarse que es convergente, es decir, su resultado es finito.

Si tenemos una serie geométrica general

$$\sum_{n\geq 0} r^n = 1+r+r^2+r^3+r^4+\ldots,$$

para sumar los primeros n términos basta multiplicar toda la suma por r y restar:

$$S = 1+r+r^2+r^3+r^4+\ldots+r^n$$
$$-r\cdot S = r+r^2+r^3+r^4+\ldots+r^{n+1}$$
$$S-r\cdot S = 1-r^{n+1}$$

y despejando se obtiene:

$$S=\frac{1-r^{n+1}}{1-r}.$$

En el caso de que r sea menor que 1 y calculemos la suma de infinitos términos, la potencia r^{n+1} se convierte en 0 y la fórmula queda convertida en

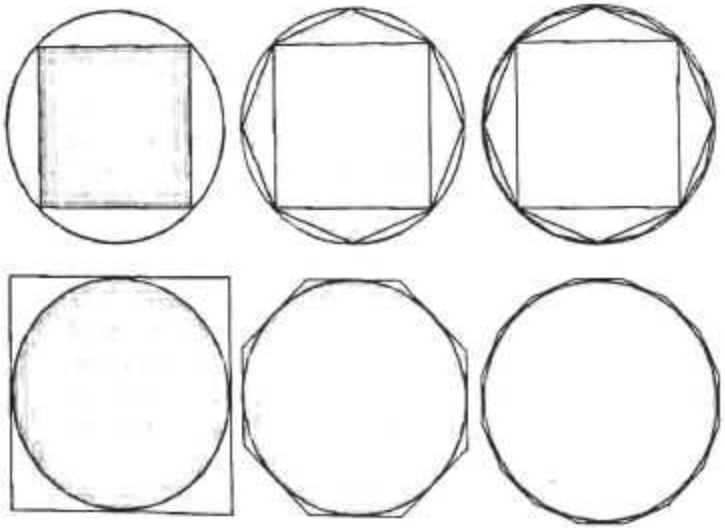
$$S=\frac{1}{1-r}.$$

Los antiguos matemáticos griegos alcanzaron una gran perfección en geometría, pero trataron menos la aritmética y el álgebra, especialmente después de que Zenón de Elea (ca. 490-430 a.C.) pusiera en entredicho la perfección de las matemáticas tras descubrir los números irracionales y las paradojas al infinito. Estas razones, entre otras, infundieron en los matemáticos griegos miedo al infinito y dejaron de estudiarlo. Solo Arquímedes lo trabajó brevemente, pues su método de exhaución implicaba un cierto acercamiento al infinito. En su obra *Sobre la cuadratura de la parábola*, manejó la serie geométrica de base 1/4, fácil de calcular con la fórmula deducida anteriormente:

$$1+\frac{1}{4}+\left(\frac{1}{4}\right)^2+\left(\frac{1}{4}\right)^3+\left(\frac{1}{4}\right)^4+\ldots=\frac{4}{3}$$

EL MÉTODO DE EXHAUCIÓN

El método de exhaución empleado por Arquímedes fue debido al matemático griego Eudoxo de Cnido (400-347 a.C.) y consiste en aproximar el área desconocida que se desea calcular a través de áreas, mayores y menores, que pueden acercarse a la buscada todo lo que se quiera. El procedimiento se basa en lo que se conoce como principio de Eudoxo, que aparece en los *Elementos* de Euclides: dadas dos magnitudes desiguales, si de la mayor se resta una magnitud mayor que su mitad y de lo que queda otra magnitud mayor que su mitad y se repite continuamente este proceso, quedará una magnitud menor que la menor de las magnitudes dadas. Para hallar el área del círculo, se inscribe un cuadrado (con superficie mayor que la mitad del círculo) y se le resta su área al círculo. De los segmentos circulares, se construyen triángulos sobre el punto medio y, luego, se le restan esos triángulos. Esto último se vuelve a hacer con los segmentos circulares restantes, y así, sucesivamente, se llega tan cerca del área del círculo como se desee. En las figuras se aprecia que la operación consiste en insertar, cada vez, polígonos con mayor número de lados, y cuya área se encuentre, en cada ocasión, más cerca de la buscada. Se razona igual desde un cuadrado exterior. De esta forma, se acota progresivamente el valor del área circular por arriba y por abajo.



En la Edad Media, especialmente los matemáticos del siglo XIV, sintieron una gran fascinación por las series infinitas. Partiendo de la serie geométrica

$$\sum_{n\geq 0} r^n,$$

se comenzó a trabajar con la serie

$$\sum_{n\geq 1} n^r,$$

cambiando la base y el exponente de la potencia. Esta serie se convertía en infinito salvo que r fuese negativo, que sería lo mismo que considerar la serie

$$\sum_{n\geq 1}\left(\frac{1}{n}\right)^r$$

con r positivo. En ese mismo siglo, el francés Nicolás de Oresme fue el primero que demostró que la serie armónica —la suma de los inversos de los números naturales equivalente a sustituir en la última serie r por 1— era divergente, es decir, su suma era infinita. Su proceso fue agrupar términos y comprobar que las fracciones obtenidas eran todas mayores que 1/2, por lo que la suma tenía que ser infinita.

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}+\ldots =$$
$$=\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{6}+\frac{1}{7}+\frac{1}{8}\right)+\ldots$$
$$=\frac{1}{2}+\frac{7}{12}+\frac{533}{840}+\ldots$$

Un acicate para introducirse en los algoritmos infinitos lo proporcionó la búsqueda de los decimales exactos del valor de π, un anhelo perseguido por los matemáticos desde la Antigüedad clá-

sica. Sin embargo, fue mucho más tarde, en el siglo XVII, cuando François Viète, en 1593, presentó el primer algoritmo infinito conocido, que permitía calcular el valor de dicho número. Para hallar el cociente entre el área de un cuadrado y del círculo circunscrito, cuyo valor es

$$\frac{2}{\pi},$$

propuso el siguiente producto infinito:

$$\frac{2}{\pi}=\sqrt{\frac{1}{2}}\cdot\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}\cdot\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}}\cdots$$

En este caso, si el factor n es f_n, el siguiente factor es

$$\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\cdot f_n}.$$

A partir de aquí, realizando operaciones se puede llegar a una expresión como

$$\pi=2\cdot\frac{2}{\sqrt{2}}\cdot\frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2}}}\cdot\frac{2}{\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}}\cdots.$$

El siguiente paso fue utilizar las series ilimitadas para aproximar funciones. Anteriormente el matemático y astrónomo hindú Madhava de Sangamagrama (1350-1425) ya había descubierto muchas series infinitas, entre ellas las de las funciones trigonométricas del seno y el coseno. También calculó la serie de la arcotangente:

$$\arctan x=x-\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}-\frac{x^7}{7}+\ldots$$

La serie anterior fue redescubierta posteriormente por el escocés James Gregory (1638-1675). Es conocida como «serie de Leibniz», y fue utilizada por Leibniz en sus investigaciones sobre el cálculo. Uno de los primeros resultados en series del alemán fue, precisamente, la correspondiente a

$$\frac{\pi}{4}=1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\ldots,$$

que es un caso particular de la serie de Leibniz, sustituyendo x por 1, que se llama «serie de Gregory».

Los matemáticos del siglo XVII, incluidos Newton y Leibniz, tenían un gran interés en aplicar los desarrollos infinitos en el estudio de curvas. Así, en 1668 el alemán Nikolaus Mercator (1620-1687) publicó su obra *Logarithmo-technia*, en la que comenzó a aplicar la técnica de las series convergentes. Al parecer, para hallar el área limitada por la hipérbola convertía por división

$$\frac{1}{1+x}$$

en una serie. A continuación, integraba término a término siguiendo el método del matemático inglés John Wallis (1616-1703). El proceso seguido podría ser el siguiente: se efectúa la división obteniéndose la serie

$$\frac{1}{1+x}=1-x+x^2-x^3+x^4-\ldots$$

A continuación, se integra término a término, teniendo en cuenta que la integración de x^n es

$$\frac{x^{n+1}}{n+1}$$

para $n \geq 0$, y así se obtiene la serie

$$\ln(1+x)=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}+\frac{x^5}{5}-\ldots$$

Wallis también profundizó en las series. De hecho, su libro *Arithmetica infinitorum*, publicado en 1655, fue uno de los primeros libros que estudió Newton, y en él se calculaban numerosas cuadraturas de funciones. Recordemos que, en aquella época, la cuadratura de una función era lo mismo que el área limitada por ella. En concreto, halló la cuadratura de las series de orden k, como él las llamaba, que correspondía a

$$\int_0^1 x^k = \frac{1}{k+1}.$$

Consiguió las cuadraturas de la función anterior cuando el exponente era fraccionario y también generalizó las funciones $(1 \pm x^n)$ y $(1-x)^n$. Cuando intentó cuadrar el círculo, es decir, hallar el área de la función $\sqrt{1-x^2}$, su método le falló. Lo mismo le ocurrió, por otra parte, con $\sqrt{x-x^2}$. Posteriormente, Newton consiguió hallar la solución utilizando su teorema del binomio.

EL TEOREMA DEL BINOMIO

Diez años después de la publicación del libro de Wallis, en 1665, Newton descubrió lo que, a su juicio, constituía su mayor logro matemático: el desarrollo del binomio para potencias fraccionarias. No llegó a publicarlo aunque sí lo expresó en 1674 en una carta enviada a Leibniz. En la misiva, conocida como *Epistola prior*, respondía a las preguntas del matemático alemán sobre las series infinitas. El propio Newton explicó cómo debía desarrollarse el binomio $P+PQ$ con exponente fraccionario.

$$(P+PQ)^{m/n} = P^{m/n} + \frac{m}{n}AQ + \frac{m-n}{2n}BQ + \frac{m-2n}{3n}CQ + \frac{m-3n}{4n}DQ + \ldots$$

En él, los coeficientes A, B, C, etcétera, representan, respectivamente, el término anterior. De esta manera,

$$A = P^{m/n},\ B = \frac{m}{n}AQ,$$

y así sucesivamente. Para explicar mejor el método, Newton incluyó en su carta varios ejemplos. Uno de ellos es el siguiente:

$$\sqrt{c^2+x^2} = c + \frac{x^2}{2c} - \frac{x^4}{8c^3} + \frac{x^6}{16c^5} - \frac{5x^8}{128c^7} + \ldots,$$

que se obtendría de la fórmula general, que es

$$P = c^2,\ Q = \frac{x^2}{c^2},\ m = 1\ y\ n = 2.$$

Aplicando el teorema, pudo desarrollar las funciones a las que no había podido acceder Wallis. Así obtuvo

$$\sqrt{1-x^2} = 1 - \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{8} - \frac{x^6}{16} - \frac{x^8}{128} + \ldots$$

Para confirmar que el resultado era correcto, multiplicó la serie por sí misma, obteniendo la expresión $1-x^2$.

Empleando su método, Newton pudo calcular los desarrollos de funciones como $\arcsen x$, $\sen x$, $\cos x$, etcétera, además de series análogas para los arcos de la elipse, e incluso para arcos y segmentos de la cuadratriz de Dinóstrato, la primera curva mecánica conocida.

Gracias a estos cálculos, Newton se convenció de que el análisis mediante series infinitas tenía la misma validez que el álgebra de cantidades finitas, y que ambos estaban regidos por las mismas leyes generales. Por ello, el científico inglés planteó las series infinitas como una alternativa para definir funciones y no como una mera herramienta de aproximación. Para Newton, en definitiva, el teorema del binomio se convirtió en un instrumento algorítmico imprescindible para su descubrimiento del cálculo infinitesimal.

CAPÍTULO 2

Las leyes matemáticas del universo

Durante la revolución científica, muchos estudiosos dirigieron la vista hacia el cielo para estudiar el movimiento de los planetas y descubrir las leyes que regían sus órbitas, que parecían contradictorias en una simple observación. Tal empeño se hizo realidad gracias a Newton, una mente genial que encontró la relación entre la atracción de los planetas y la que experimentaban los cuerpos sobre la Tierra.

Antes del siglo XVII existían muy pocos matemáticos profesionales. Lo habitual era que personas que se ganaban la vida con otros oficios, o que procedían de familias acomodadas, se dedicaran a las matemáticas por vocación y no por necesidad. Así, Copérnico era administrativo, Viète y Fermat trabajaban de juristas, Napier pertenecía a la aristocracia escocesa, Descartes se dedicaba principalmente a la filosofía, etcétera.

Por otra parte, desde el Renacimiento, los nobles europeos se aficionaron a la ciencia y muchos se convirtieron en mecenas de científicos. Suponía un grado de distinción apadrinar a intelectuales de renombre, que acostumbraban a realizar calendarios, pronósticos astrológicos o informes sobre cualquier asunto que les encargaran.

No obstante, durante mucho tiempo los científicos fueron trabajadores solitarios que desconocían lo que se investigaba en otros lugares. Por esta razón, era frecuente que distintos científicos llegasen a las mismas conclusiones de manera independiente. Aun con la invención de la imprenta, los libros de ciencia y, especialmente, los de matemáticas, se difundían poco comparados con otros. Las obras se daban a conocer casi exclusivamente entre los aficionados a la ciencia y sus resultados no obtenían la repercusión deseable. Además, era usual que los libros apareciesen de forma póstuma, ofreciendo resultados que habían sido descubiertos dé-

cadas atrás o ya presentados por otros autores. Esta situación desató numerosas polémicas sobre quién había sido el descubridor de una u otra teoría.

Sin embargo, en el siglo XVII, todo cambió con el surgimiento de círculos y sociedades que contaban con un importante medio de difusión: las revistas científicas.

ANNUS MIRABILIS

Tras abandonar Cambridge a causa de la epidemia de peste, Newton regresó a su casa natal en Woolsthorpe. Allí pasó dos años sumergido en una frenética creatividad. También se quedó una temporada en Boothby Pagnell, un pueblo cercano a cargo de cuya rectoría se encontraba su amigo Humphrey Babington. Como el propio científico indicó, fue durante aquella estancia cuando calculó el área de la hipérbola con una precisión nunca antes alcanzada.

Newton regresó a Cambridge en marzo de 1666, pues, al parecer, la plaga había remitido y la universidad abrió de nuevo sus puertas. Sin embargo, un par de meses después, la peste rebrotó y se cerró la universidad hasta la primavera del año siguiente.

El bienio formado por 1665 y 1666 es conocido como «los años maravillosos», pues fueron los más fructíferos en la historia de la ciencia. Newton modificó los cimientos de la matemática y la física e inauguró la era de la ciencia moderna. Él mismo explicó, en una nota escrita cincuenta años después, cómo realizó aquellos cruciales descubrimientos:

> A comienzos de 1665 descubrí el método de las series aproximativas y la regla para reducir cualquier dignidad de todo binomio en dichas series. En el mes de mayo del mismo año descubrí el método de las tangentes de Gregory y Slusius, y en noviembre obtenía el de las fluxiones. En enero del año siguiente desarrollé la teoría de los colores y en mayo había empezado a trabajar en el método inverso de las fluxiones. Ese mismo año comencé a pensar en la gravedad extendida a la órbita lunar —habiendo descubierto cómo estimar la fuerza con la cual un globo, que gira dentro de una esfera, presiona la superficie de esta— a partir de la regla de Kepler, según la cual, los tiempos periódicos de los planetas guardan una proporción sesquiáltera de sus distancias con respecto al centro de sus órbitas, deduje que las fuerzas que mantienen a los planetas en sus órbitas deben ser recíprocas a los cuadrados de sus distancias de los centros alrededor de los cuales giran. Por lo cual, comparé la fuerza necesaria para mantener la luna en su órbita con la fuerza de gravedad en la superficie de la Tierra, y descubrí que estas eran muy parecidas. Todo esto corresponde al período 1665-1666, los años de la epidemia. Porque en aquel tiempo me encontraba en la plenitud de mi ingenio, y las matemáticas y la filosofía me ocupaban más de lo que lo harían nunca después.

Al regresar a la universidad, Newton ya había descubierto las tres teorías que colocarían su nombre en el altar de las divinidades. Con solo veinticuatro años, había cambiado radicalmente la ciencia y ya no volvió a investigar más. El resto de su vida lo dedicó a perfeccionar y corregir sus resultados.

Curiosamente, nunca quiso dar publicidad a sus logros. Aunque era consciente de la importancia de estos, no consideraba que pudieran tener interés para otros. A lo largo de su vida, siempre minusvaloró sus descubrimientos, y solo los defendió cuando otras personas intentaron arrebatárselos. Su afán perfeccionista, por otra parte, le impedía dar a conocer nada que no hubiera trabajado hasta la extenuación. Todo lo que publicó fue siempre por petición de sus amistades y después de muchos ruegos.

Y DE LA MANZANA, ¿QUÉ?

Pero antes del regreso de Newton a la universidad es obligado detenerse en la que es considerada su anécdota más famosa, es decir, la que asegura que descubrió la ley de la gravedad mirando la caída de una manzana.

Aunque se desconoce si el episodio es cierto o falso, varios de sus biógrafos lo recogen en sus obras. Así lo relató, por ejemplo, John Conduitt (1688-1737):

> [...] Y mientras meditaba en un jardín, le vino al pensamiento la idea —suscitada por la caída al suelo de una manzana— de que el poder de la gravedad no se limitaba a una cierta distancia de la Tierra, sino que este poder debía extenderse mucho más allá de lo que normalmente se creía. «¿Por qué no hasta la luna?» Se dijo a sí mismo. Y si esto era así, ese hecho debería influir en su movimiento y, quizá, retenería en su órbita; lo que le llevó a calcular cuál sería el efecto de esa suposición.

Newton contó esta historia cincuenta años después de haberse producido, lo que hace sospechar que, tal vez, lo hizo para alimentar una imagen de genio que no necesitaba. Ciertamente, no parece propio de su carácter sacar conclusiones tajantes después de una mera observación. Su método de trabajo se basaba en el rigor y la constancia, por lo que parece más probable que, tras observar la Luna durante meses, extrajese la hipótesis y luego la demostrase mediante ecuaciones. Ya en 1664, según comentaba Wickins, su compañero de cuarto, había pasado incontables noches en vela estudiando la aparición de un cometa, actitud que encaja mejor con la idea que tenemos de Newton.

REGRESO A LA UNIVERSIDAD

Al volver a la universidad Newton retomó el mismo ritmo de trabajo que se había impuesto en los meses anteriores a su cierre. Esporádicamente, se ocupaba de varios problemas matemáticos en torno a tangentes y cuadraturas. A pesar de todo, a finales de 1666 dio el trabajo por terminado y pospuso el asunto un par de años.

Durante ese tiempo, centró su mirada en otras materias. En su cuaderno *Quaestiones*, bajo el epígrafe *Sobre el movimiento violento*, se adentró en la mecánica planteando el principio de la inercia de los cuerpos en movimiento. Mientras que en el cuaderno baldío se limitaba a apuntar ideas que le surgían durante la lectura, lo que anotaba ahora eran soluciones a los problemas y vías de estudio alternativas. Así, desarrolló la influencia de las fuerzas en los impactos y perfeccionó lo que en el futuro serían las leyes del movimiento.

El estudio sobre los colores fue otro de sus focos de interés. Al parecer, tras estudiar la obra sobre los colores de Robert Boyle y la *Micrographia* de Robert Hooke, rechazó sus resultados y se lanzó a formular una teoría diferente. Comenzó realizando experimentos con prismas y terminó planteando una teoría del color que revolucionó los conceptos vigentes en la época.

Sus investigaciones no le impidieron proseguir con su trabajo en la universidad. El 2 de octubre de 1667 consiguió el título de *minor fellow*, nombre que recibían los becarios de investigación con baja especialidad. Ocho meses después alcanzó el nivel de *major fellow*. Ese mismo año de 1668 obtuvo el título de Master of Arts, que llevaba aparejada la obligación de ordenarse en la Iglesia anglicana en un plazo máximo de siete años. Esta situación le acarreó numerosos problemas, que casi le hicieron abandonar sus estudios.

Al parecer, la relación con los compañeros, salvo con Wickins, siguió brillando por su ausencia. Resulta llamativo que, pese a vivir en el Trinity College durante veintiocho años, no dejara apenas recuerdos en sus colegas *fellow*. Posiblemente, mientras Newton vivía obsesionado con sus investigaciones. Wickins contaba una anécdota que da fe de la entrega de Newton: tenían un gato en la habitación que llegó a engordar varios kilos solo con la comida que el científico dejaba en el plato sin tocar.

EL ALQUIMISTA

Entre las obsesiones que robaban el sueño a Newton se encontraba el estudio de la alquimia. En 1669, en su primera visita a Londres, sus cuentas reflejan una importante adquisición de material de laboratorio relacionado con aspectos químicos: un horno, un

mezclador, productos químicos variados y una recopilación de tratados alquímicos.

Es posible que Newton tomara contacto con la alquimia durante su estancia en casa del boticario Clark, ya que en aquella época aparecen en sus cuadernos anotaciones sobre productos y fórmulas medicinales. Lo cierto es que alrededor de 1670, según contó el propio Newton, dispuso en su habitación varios hornos para realizar experimentos alquímicos. En una ocasión, a causa de uno de estos experimentos, su cabello se tornó blanco. Wickins, sin embargo, lo atribuía en broma a que pensaba demasiado.

Aunque Newton mantuvo oculta su afición por la alquimia durante toda su vida, sus escritos y los libros de su biblioteca revelan que estaba al corriente de las diversas tendencias en la materia y que se carteaba con otros aficionados.

Uno de ellos fue el inglés Robert Boyle, quien fue un ferviente alquimista, pero que, al mismo tiempo, es considerado el padre de la química moderna. En su opinión, los conocimientos sobre química alcanzados hasta aquel momento carecían de la consistencia suficiente para conformar una ciencia. Por eso, en su obra principal, *El químico escéptico*, insistía en la experimentación científica para convertir en verdaderas las teorías presentadas. También abogaba por emplear una terminología estándar para explicar los nuevos productos y las reacciones entre ellos.

LA ALQUIMIA

Pese a que se considera que la alquimia había nacido en China, fueron los científicos árabes los que potenciaron el trabajo en laboratorio. El principio formulado por Platón según el cual unos elementos se podían convertir en otros fue lo que dotó de fundamento a esta disciplina. Por una parte, la alquimia llevaba a cabo operaciones químicas habituales como evaporaciones, destilaciones o estudios de las propiedades de los elementos, pero por otra, seguía interesada en la transmutación de los metales, la búsqueda del elixir de la vida o la búsqueda de la piedra filosofal, que permitía convertir el plomo en oro. A partir del siglo XIII, su carácter esotérico le valió el rechazo de los científicos. Se convirtió en una ciencia oculta, y los alquimistas tuvieron que trabajar en secreto. A pesar de todo, en el siglo XVI la alquimia vivió un cierto resurgir: al aumentar la demanda de productos industriales, creció el estudio de los productos químicos y sus aplicaciones. Contó con figuras de relieve como Paracelso (1493-1541), alquimista y médico suizo que usó conocimientos alquímicos en el mundo de la medicina. Gracias a él, la industria farmacéutica comenzó a trabajar con preparados químicos minerales, convirtiéndose en los primeros medicamentos artificiales producidos en laboratorios. Sin embargo, en el siglo XVIII, los sucesivos avances en el campo de la química, cada vez más rigurosa y racional, acabaron por desterrar definitivamente esta disciplina.

EL GENIO SE DA A CONOCER

A pesar de que Newton había revolucionado la ciencia, seguía siendo un estudiante desconocido. Solo las personas más cercanas, aun sin saber de sus logros, percibían su valía, especialmente Barrow. Aunque sus primeros contactos no fueron muy prometedores, la relación entre Newton y Barrow fue estrechándose y, en 1669, este último le pidió que revisara un manuscrito sobre lecciones de óptica que deseaba publicar. Newton cumplió con su cometido, a pesar de que las teorías de su colega debieron de parecerle desfasadas. El trabajo satisfizo a Barrow, que, al año siguiente, contó con él para revisar sus lecciones de geometría. Todo indica que su relación debió de ser fluida y que Barrow conocía los descubrimientos de Newton.

Como se ha comentado anteriormente, en 1668 Nikolaus Mercator publicó *Logarithmo-technica*. En esta obra, además de estudiar los logaritmos, Mercator utilizaba series infinitas para hallar el área de la hipérbola. El matemático inglés John Collins le envió un ejemplar a Barrow, quien le respondió que un amigo suyo ya

JOHN COLLINS

El inglés John Collins (1625-1683) contribuyó a difundir por el continente europeo los descubrimientos matemáticos de la época. Tras la guerra civil inglesa, se dedicó a la navegación durante siete años, sin dejar de profundizar en las matemáticas. Posteriormente, ejerció de maestro hasta 1660, año en que aceptó un puesto de administrativo. Fundador de una librería, se dedicó a publicar libros propios y ajenos. Entre los suyos figuran obras sobre aritmética, relojes de sol o trigonometría aplicada a la navegación. Publicó las *Lecciones* de Barrow y el *Álgebra* de Wallis, así como ediciones de obras de Apolonio y Arquímedes. Pero la labor por la que ha pasado a la historia es por haber sido el nexo de unión entre los matemáticos del momento. Desde su puesto de bibliotecario en la Royal Society, enviaba libros recién publicados a todo aquel que lo deseaba, acumulando una impresionante correspondencia entre matemáticos como Wallis, Barrow, Leibniz, Gregory o, por supuesto, Newton. En 1712 la Royal Society compiló las misivas y las publicó con el título de *Commercium epistolicum*. La obra fue utilizada como prueba en la polémica en torno al descubrimiento del cálculo entre Newton y Leibniz. Pero, sobre todo, fue la primera persona que dio a conocer al mundo el genio de Isaac Newton.

Entrada de la Royal Society, en la que John Collins fue bibliotecario y nexo de unión entre los matemáticos de la época.

había hecho lo mismo hacía dos años. En cuanto tuvo noticias, Collins solicitó más información. Barrow, entonces, pidió a Newton que pusiera por escrito sus resultados para enseñárselos a Collins y reclamar su paternidad.

Newton escribió así *De analysi per aequationes numero terminorum infinitas* (*Sobre el análisis por series infinitas*). En él demostraba que empleando el desarrollo en series de potencias se podían calcular series armónicas mediante logaritmos.

En pocos días se lo envió a Collins, a través de Barrow, sin indicarle quién era el autor y solicitándole, además, que devolviera el manuscrito una vez leído. Collins se entusiasmó al descubrir la genialidad de los métodos que se explicaban en él. Tras la insistencia a Barrow, Collins descubrió que el autor era Newton. Como dio por sentado que Newton estaría deseoso de ver reconocidos sus méritos, Collins copió el manuscrito y empezó a mostrarlo sin permiso. Así, se lo envió a matemáticos con los que mantenía correspondencia, como David Gregory, René Sluse o Giovanni Alfonso Borelli. Luego, escribió a Newton preguntándole si podía leer la obra en una reunión de la Royal Society. Tras recibir la negativa del científico, Collins se dio cuenta de que se había extralimitado y mantuvo en secreto las copias que había realizado.

Tanto Collins como Barrow trataron de convencer a Newton de que publicara su trabajo. Ambos le sugirieron que el texto figurase como apéndice de un libro de Barrow que estaba a punto de ver la luz, pero el genio se mostró inflexible.

La práctica sugerida por Collins y Barrow no era inusual. Cuando un matemático publicaba un libro, solían añadirse apéndices con textos de otros matemáticos que guardasen relación con el asunto de la obra. Esto sucedía así por la dificultad que entrañaba publicar un libro sobre matemáticas en aquella época.

En cualquier caso, los tímidos signos de apertura de Newton fueron aprovechados por sus colegas. Barrow le pidió que revisara y anotara una traducción al latín del *Álgebra* de Gerard Kinckhuysen que pretendía publicar Collins. Las observaciones que hizo Newton aumentaron su fama entre los matemáticos. Sin embargo, una vez más, exigió que su nombre no apareciera.

ROMPER EL AISLAMIENTO

El aislamiento en que hasta entonces había permanecido Newton no era infrecuente. Durante el Renacimiento, la figura del estudioso matemático era más bien la de un sabio solitario que investiga-

ba y, en ocasiones, divulgaba sus resultados. Eran pocos los investigadores profesionales que pudiesen vivir de las matemáticas. Cuando mucho, alguno conseguía una cátedra que le permitía desarrollar su labor docente mientras investigaba sus propias teorías, como le sucedió a Newton. Hoy en día, inmersos en la era de la información, en la que cualquier hecho que ocurre en un lugar de la Tierra puede ser inmediatamente conocido en la otra punta, puede resultar complicado imaginar el aislamiento de un científico del pasado milenio. En la actualidad, cualquier científico puede trabajar codo con codo con compañeros que se encuentran físicamente muy alejados, pero en el siglo XVI no era así.

Por otra parte, algunos científicos que no ansiaban reconocimiento, como Fermat o Newton, se resistían a publicar sus descubrimientos. No fue el caso de Gilles de Roberval (1602-1675), quien ocultó sus logros por razones más prosaicas. El matemático francés, uno de los precursores del cálculo, ideó el llamado «método de los indivisibles», que servía para calcular la cuadratura de las superficies y el volumen de los sólidos. Sin embargo, no divulgó su hallazgo durante cuatro décadas para no perder la cátedra Ramus en el Collège Royal. Gracias a ello, cuando debía defender su plaza frente a otros candidatos cada tres años, siempre podía proponer problemas que estaba en disposición de resolver. No obstante, al no publicar apenas nada en vida, la autoría de sus descubrimientos quedó en entredicho.

Esto explica que las teorías pudieran tardar meses o años en ser conocidas por otros científicos. Sin embargo, la situación comenzó a cambiar en ese mismo momento. En primer lugar, empezaron a surgir los círculos, en los que una serie de científicos se reunían para intercambiar información sobre cualquier descubrimiento del que tuvieran noticia, fuese suyo o de otros. Uno de los más conocidos fue el Círculo de Mersenne, un grupo matemático que se reunía en torno al sacerdote francés Marin Mersenne, teólogo, matemático y descubridor de los números primos que llevan su nombre. En su celda del convento de L'Annonciade de París se congregaban de forma periódica una serie de matemáticos para intercambiar ideas y conocimientos. Aunque no todos podían asistir físicamente a las reuniones, al círculo pertenecieron, entre otros, matemáticos como Descartes, Pascal, Roberval, Desargues, Fermat y Gassendi.

El grupo de Mersenne acabó fusionándose con uno similar formado por los bibliotecarios reales Pierre y Jacques Dupuy, cuya unión constituyó el germen de la Academia de las Ciencias de París. Un caso parecido fue el del círculo inglés surgido en torno al diácono alemán Theodore Haak (1605-1690), conocido como Grupo 1645, y que más tarde dio lugar a la Royal Society.

Otro círculo relevante se formó alrededor del filósofo y teólogo francés Nicolas Malebranche (1638-1715), sacerdote de la congregación del Oratorio de San Felipe Neri. Este se reunía en la propia congregación con figuras de la talla de Pierre Varignon, el marqués de L'Hôpital o Johann Bernoulli. Malebranche no solo dio a conocer los descubrimientos de Newton y Leibniz en Europa, sino que editó la obra de L'Hôpital, la primera que se imprimió sobre el cálculo.

LAS SOCIEDADES CIENTÍFICAS

Aunque los círculos científicos ayudaron a expandir el conocimiento, su verdadera difusión llegó con la continuación lógica de estos: las sociedades científicas. La primera de la que se tiene noticia se creó en Roma en 1603 y era conocida como *Accademia dei Lincei* (*Academia de los Linces*). Fue auspiciada por el príncipe Federico Cesi y su labor se prolongó hasta la muerte de este en 1630. La figura más prominente de la academia fue Galileo Galilei. En 1623 esta publicó una de las obras mayores de Galilei, *El ensayador*, que incluía una de sus frases más celebres: «Las matemáticas son el alfabeto con el que Dios ha escrito el universo».

En 1657 el duque de Toscana, Fernando II, y el príncipe Leopoldo crearon en Florencia la *Accademia del Cimento* (*Academia del experimento*). A ella pertenecieron dos discípulos de Galileo: Evangelista Torricelli, inventor del barómetro, y el físico y matemático Vincenzo Viviani, a quien se debe el teorema que anuncia que la suma de las distancias desde un punto a cada uno de los lados de un triángulo equilátero es igual a la altura del trián-

gulo. Otros integrantes fueron el físico y matemático Giovanni Alfonso Borelli o el médico Marcello Malpighi.

En 1666 Jean-Baptiste Colbert, ministro de Luis XIV, creó en París la *Académie des Sciences*, que llevó a cabo sus actividades hasta la Revolución francesa. Entre los objetivos fundacionales figuraba «Animar y proteger el espíritu de la investigación, y contribuir al progreso de las ciencias y sus aplicaciones». Entre sus fundadores se contaban Descartes, Fermat o Pascal. Como en otras academias, incorporó a miembros extranjeros. Así, en 1669 ingresaron en ella Bernoulli, Viviani y el propio Newton.

A finales del siglo XVI se creó en Berlín la Academia Prusiana de las Ciencias a instancias de Leibniz, su primer presidente. Fue respaldada por el príncipe Federico III, elector de Brandenburgo. A diferencia de las anteriores, esta academia se preocupó tanto de las ciencias como de las humanidades, y a ella llegaron a pertenecer Voltaire, Diderot o Immanuel Kant.

LA ROYAL SOCIETY

Pero, sin duda, la sociedad científica más importante que se creó en esa época, y que sigue vigente en la actualidad, es la Royal Society.

A principios de la década de 1650, había surgido en Oxford un círculo filosófico alrededor del clérigo naturalista inglés John Wilkins (1614-1672), a la sazón director del Wadham College. En sus propias dependencias se reunían una serie de científicos interesados en debatir sobre la nueva ciencia, especialmente sobre el método experimental. A ese círculo pertenecían, entre otros, John Wallis, Robert Boyle, Robert Hooke o el filósofo y teólogo alemán Henry Oldenburg. Mención aparte merece el matemático y arquitecto Christopher Wren, quien diseñó algunos de los mejores edificios londinenses tras el gran incendio de Londres de 1666.

Tras la restauración de los Estuardo (1660), el círculo de Oxford se disolvió y muchos de sus miembros se instalaron en Londres, donde siguieron las reuniones de manera informal. Varios de los científicos entraron como profesores en el Gresham College. Allí fundaron la Royal Society of London for the promotion of natural knowledge (Real Sociedad de Londres para la promoción del conocimiento natural). Durante los primeros quince años su director fue el matemático aficionado lord Brouncker y la sociedad cosechó éxito rápidamente: solo entre el 20 de mayo y el 22 de junio de 1662 se invitó a 119 miembros.

A diferencia de otras academias, la Royal Society no contaba con respaldo económico de ningún tipo. Esto les hizo atravesar con frecuencia apuros económicos, sobre todo al principio. En cambio, no les afectó cuando menguaron las fuentes de financiación, como les ocurrió a las academias italianas, lo que contribuyó a su longevidad.

Desde el principio, uno de los intereses de la Royal Society fue el estudio y el desarrollo de las ciencias más experimentales. Su filosofía se resumía en el lema de la sociedad: *Nulluis in verba* (*En palabras de nadie*). Esto significaba que, con independencia del prestigio del investigador, solo se aceptaría aquello que pudiera ser demostrado. Se planteó que en cada reunión se presentaran varios experimentos y se creó la figura del *curator* para planificarlos, cargo que recayó en Robert Hooke. Asimismo, se nombró bibliotecario a John Collins y secretario a Henry Oldenburg. Este último, que ocupó el cargo hasta su muerte, realizó una labor primordial haciendo de nexo de unión entre los científicos de toda Europa. Todas las cartas le llegaban a Oldenburg, quien, tras guardar una copia, las remitía a sus destinatarios. De esta manera, quedaba constancia de quién trataba por primera vez un asunto determinado, evitando disputas posteriores sobre su autoría.

LOS MEDIOS DE DIFUSIÓN

En las reuniones de la Royal Society se realizaban experimentos propuestos por los miembros o por el propio encargado de experimentos, y se leían cartas y manuscritos de los socios que

informaban de avances o consultaban dudas. Pero a esas reuniones no podían asistir todos los socios, ya que muchos vivían lejos.

Este escollo lo salvó la aparición de las revistas científicas, con frecuencia vinculadas a las sociedades. La primera revista de divulgación como tal fue el *Journal des Sçavans*, aparecida en París en enero de 1665 y fundada por el asesor parlamentario Denis de Sallo bajo los auspicios del ministro de Luis XIV Jean-Baptiste Colbert. En realidad, no era solo científica e incluía legislación y necrológicas de personas influyentes. En ella se publicaron trabajos de Descartes, Huygens, Hooke o Leibniz.

«No hay nada más necesario para promover los avances de los asuntos filosóficos que la comunicación de los mismos.»

— Henry Oldenburg, en la carta de presentación de las *Philosophical Transactions*.

Un par de meses después, en marzo de 1665, apareció *Philosophical Transactions*, que fue la cabecera más importante de la época y que sigue editándose en la actualidad. Inicialmente, surgió como un encargo personal del secretario Henry Oldenburg, pero más tarde se convirtió en el órgano oficial de difusión de la sociedad.

Desde el principio, resultó patente la importancia de la revista en la divulgación de la nueva ciencia. Fue el modelo en el que se fijaron las revistas científicas que salieron después. En ella se incluían reseñas de publicaciones, semblanzas de matemáticos fallecidos, cartas de los miembros o requerimientos de otros socios. También fue la primera en que se establecieron unas normas de publicación.

Por último, entre las publicaciones relevantes aparecidas en el siglo XVII, también destacó *Acta Eruditorum*. Fue fundada por el filósofo y científico alemán Otto Mencke, en 1682, a instancias de Gottfried Wilhelm Leibniz. Se trata de la primera revista que publicó, en 1684, un artículo sobre cálculo infinitesimal, en este caso escrito por el científico y filósofo alemán.

ROBERT HOOKE

Uno de los científicos más completos del siglo XVII es el inglés Robert Hooke (1635-1703), quien abordó disciplinas como la astronomía, la química, la biología, la geología, la anatomía, la cristalografía, la meteorología, la mecánica, la óptica, la arquitectura, etcétera. Diseñó multitud de instrumentos científicos, algunos de los cuales se siguen utilizando en la actualidad. Comenzó su carrera científica como ayudante de Robert Boyle, hasta que fue elegido *curator* de la Royal Society. También fue secretario, pero solo durante un breve periodo, y trabajó como arquitecto junto a Christopher Wren diseñando edificios para la reconstrucción de Londres tras el incendio de 1666. Lamentablemente, muchas de estas obras se han perdido. Era un científico con una inventiva extraordinaria, pero abarcaba tantos temas que sufría carencias en muchos de ellos, con lo que sus brillantes ideas no siempre llegaban a buen puerto. Debido a ello, se vio envuelto en numerosas polémicas a lo largo de su vida. Si algún científico presentaba una nueva teoría, era frecuente que a él se le hubiera ocurrido antes, aunque no la hubiese formalizado. Eso fue lo que le ocurrió con Newton en sus disputas sobre los colores o la gravitación. También protagonizó sonoras polémicas con Oldenburg y Huygens. La relación de Hooke con Newton recuerda, en ocasiones, a la de Salieri respecto a Mozart. En este caso, sin embargo, Newton, a la muerte de Hooke, se encargó de hacer desaparecer prácticamente todo rastro de los logros de Hooke. En cualquier caso, su valía como científico resulta innegable, y llegó a ser bautizado como *El Leonardo de Londres*.

DE ESTUDIANTE A PROFESOR

En 1669 Isaac Barrow decidió dejar la cátedra Lucasiana y propuso a Newton para que lo sustituyera. Ciertos historiadores sospechan que Barrow, al conocer la obra *De analysi*, reconoció que su discípulo era superior a él y prefirió dar un paso atrás. Una segunda hipótesis sostiene que Barrow aspiraba a puestos más elevados,

pues al año siguiente fue nombrado capellán real, y tres años más tarde, director del Trinity College. Sin embargo, no parece que fuese obligatorio renunciar a la cátedra para desempeñar esas labores. Westfall, en su biografía de Newton, plantea una tercera posibilidad: esto es, que Barrow se considerara más teólogo que científico y renunciara para dedicarse por entero a la teología. Fuese como fuese, lo cierto es que Barrow designó a Newton para sustituirle en la cátedra y, como entonces no existían oposiciones ni concursos de méritos, la contratación fue directa y sin intermediarios.

El catedrático lucasiano debía impartir una conferencia semanal sobre matemáticas y otras diez al año. Barrow ya se había saltado esta norma limitando las conferencias a un solo trimestre. Lo mismo hizo Newton, que solo entregó cuatro manuscritos. Estos, además, se parecían más a guiones de clase que a conferencias totalmente estructuradas. Esta falta de interés quizá se deba a que estaba enfrascado en el estudio de los colores. Hay constancia de que el año anterior había comprado varios prismas con los que estaba realizando experimentos sobre la luz. De hecho, las primeras clases que impartió fueron sobre óptica. Conviene recordar que por aquel entonces la óptica, así como la astronomía y la estática, se consideraban parte de las matemáticas aplicadas.

Como profesor no se puede decir que Newton cosechara un éxito apoteósico. A pesar de la fama que alcanzó como científico, muy pocas personas recordaban sus clases, que contaban con muy poca asistencia. Es probable que las dedicase a los experimentos o teorías que estaba desarrollando, con lo que casi nadie debía de poder seguir sus razonamientos. El teólogo y matemático William Whiston (1667-1752), discípulo de Newton y su sustituto en la cátedra, comentó que había asistido a algunas de sus conferencias, pero que apenas entendió nada. Por su parte, su ayudante, Humphrey Newton, confirmó su escaso poder de convocatoria: «Cuando Newton impartía sus conferencias, eran tan pocos los que iban a escucharle, y menos aun los que le entendían que, a menudo, a falta de oyentes, leía para las paredes».

No obstante, no parece que Newton se explicara mal, ya que lo mismo le ocurría a la mayoría. El propio Barrow se había quejado de que a sus conferencias acudían muy pocos alumnos, y lo mismo comentaban otros catedráticos. Y es que en la época los alumnos no tenían obligación de asistir a las clases y, cuando la tenían, no se la tomaban muy en serio.

Lo cierto es que la labor de profesor no constituyó una carga para Newton: en época escolar viajaba con frecuencia a Londres para asistir al Parlamento. A pesar de que durante cinco años no residió en Cambridge, mantuvo su plaza hasta 1701.

NEWTON, INVENTOR

Apenas un mes después de que le concedieran la cátedra, Newton pasó en Londres un par de semanas. Allí aprovechó para realizar compras de objetos relacionados con la óptica y la alquimia. Durante la visita tuvo ocasión de reunirse con el bibliotecario de la Royal Society, John Collins, al que comentó que, tras pulir lentes y cristales con un método propio, había construido una suerte de catalejo. Este, a pesar de ser muy pequeño comparado con los de la época, permitía conseguir hasta 150 aumentos. Collins le solicitó que lo mostrase a la Royal Society y Newton accedió.

Ya en su juventud, Newton se había caracterizado por su facilidad para construir objetos con sus propias manos: maquetas, relojes de sol y casas de muñecas para sus amigas, entre otras creaciones. Esta habilidad no le abandonaría nunca, lo que le permitió construir aparatos con los que pulir cristales con una perfección insólita hasta entonces.

Incluso al final de su vida recordaba con orgullo aquella construcción, y así se lo refirió a Conduitt, su biógrafo: «Le pregunté a quién se lo había encargado y me dijo que lo había hecho él mismo. Cuando le pregunté dónde había conseguido las herramientas, me dijo que las había hecho él mismo, y, riendo, añadió que si hubiera tenido que confiar en otras personas para que le hicieran sus herramientas u otras cosas, nunca hubiera hecho nada».

En 1671 Barrow asistió a una reunión de la Royal Society y presentó el telescopio de Newton, que causó asombro entre los asistentes. También se lo mostró al rey Carlos II. Fue tal el revue-

lo que ocasionó que los socios ausentes no tardaron en pedir información sobre el aparato. La propia Royal Society, a fin de asegurar la paternidad del descubrimiento, elaboró un detallado informe y lo envió a todos sus miembros. También contrataron a una persona para que reprodujera el artefacto, pero fue un desastre: no pudieron conseguir espejos con la perfección alcanzada por Newton.

El telescopio superó tan ampliamente a las herramientas que se tenían hasta el momento que permitió a Newton entrar en la Royal Society por la puerta grande.

LA EVOLUCIÓN DE LOS TELESCOPIOS

Acostumbrados a los avances tecnológicos, parece que algunos nos hayan acompañado siempre. Es el caso de los telescopios. Sin embargo, los primeros de los que se tiene constancia se remontan a principios del siglo XVII, menos de setenta años antes de que Newton revolucionara la observación astronómica.

El primer telescopio del que se tiene noticia se atribuye al óptico alemán Hans Lippershey (1570-1619), que inventó un aparato, formado por una lente fija y otra móvil, capaz de aumentar el volumen aparente de objetos lejanos. Lippershey trató de patentar su aparato en 1608, pero no lo consiguió.

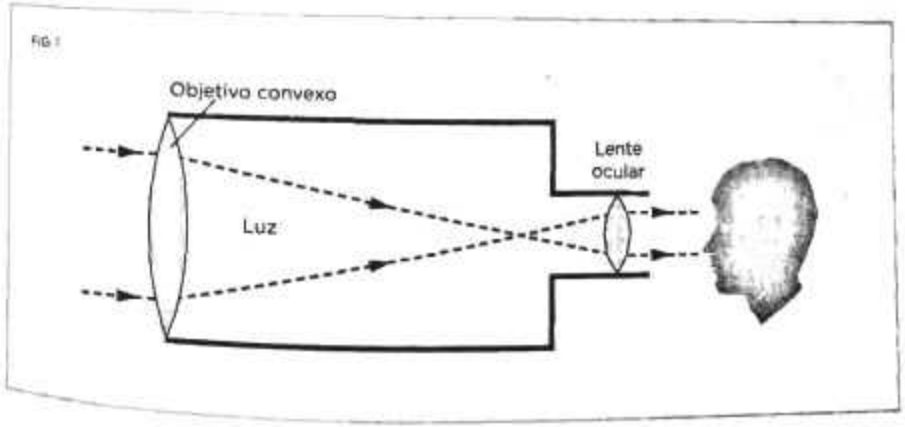
Pese a ello, la información llegó a oídos de Galileo Galilei. Este dedujo cómo debía de ser el telescopio del alemán y diseñó el suyo propio en una sola noche.

No obstante, el primero en dirigir el telescopio hacia el cielo fue Thomas Harriot (1560-1621), astrónomo y matemático a quien se atribuye la teoría de la refracción y la creación de numerosos símbolos matemáticos. En 1609, meses antes de hacerlo Galileo, enfocó su telescopio hacia la Luna, lo que le permitió dibujar cráteres y mares de la superficie lunar.

Pero quien mayor rendimiento le sacó al telescopio fue el propio Galileo, quien descubrió cuatro satélites de Júpiter, las montañas de la Luna, estrellas desconocidas en Orión y las Pléyades, y la estructura de la Vía Láctea. El telescopio de Galileo estaba formado por dos lentes: el objetivo, que es la que se dirigía al objeto observado, de forma convergente, y la ocular, donde se colocaba la vista, de forma divergente.

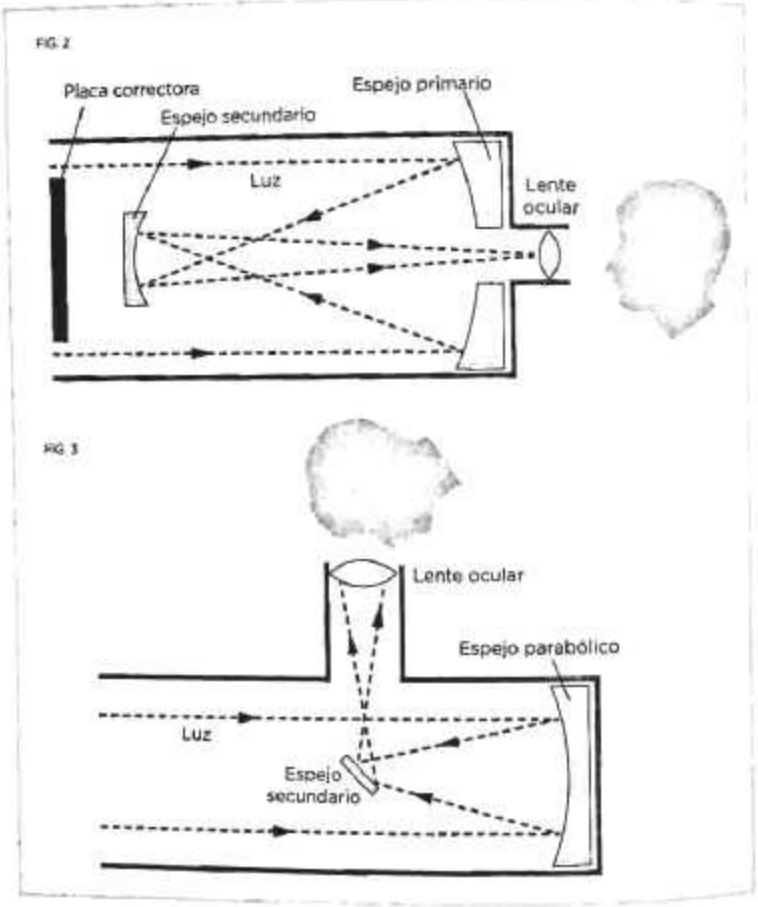
El astrónomo Johannes Kepler diseñó otro telescopio similar, aunque utilizando dos lentes convexas. Nunca llegó a construirlo, pero, años más tarde, lo hizo el astrónomo alemán Christopher Scheiner (1575-1650), inventor del pantógrafo. Este tipo de aparatos son conocidos como «telescopios de refracción». La refracción es el cambio de dirección que sufre un rayo de luz cuando pasa de un medio a otro de distinta densidad. Es muy fácil de observar, pues basta colocar un lápiz en un vaso de agua y comprobar cómo este parece quebrado. En el esquema básico del telescopio de refracción la lente ocular puede ser convergente, como en Kepler (figura 1), o divergente, como en Galileo.

Con idea de eliminar la aberración cromática, el astrónomo y científico escocés James Gregory (1638-1675) diseñó un telescopio que sustituía las lentes por espejos parabólicos. Es conocido que, en un espejo parabólico, los rayos paralelos que llegan a él convergen concentrándose en el foco. Este tipo de telescopio se llama «de reflexión». El diseño de Gregory contaba con un espejo agujereado al que llegaban los rayos de luz y, al reflejarse en otro espejo secundario, se dirigían a la lente ocular. El esquema de dicho telescopio es el que puede verse en la figura 2.



Gregory diseñó su telescopio en 1663, pero no encontró a nadie capaz de construirlo hasta diez años después. Quien lo hizo posible fue Hooke, pero por entonces ya se había dado a conocer el de Newton.

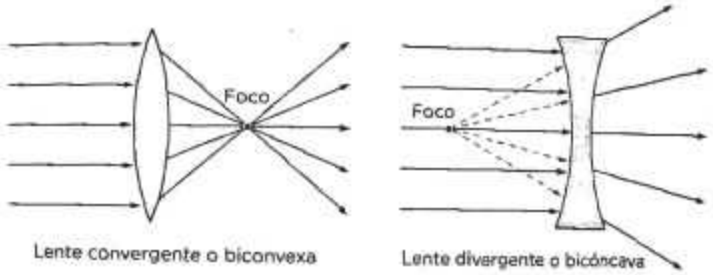
El científico inglés tuvo noticias del telescopio diseñado por Gregory y, tras mejorar su diseño, construyó uno con sus propios medios. En el telescopio newtoniano, el espejo parabólico no está agujereado y el segundo espejo, de forma plana, está colocado en diagonal. El esquema podría ser el de la figura 3.



Esquemas de los diseños de los telescopios creados por James Gregory en 1663 y por Isaac Newton. Gracias a este, el inglés pudo entrar en la Royal Society en 1672.

LENTES Y ABERRACIÓN CROMÁTICA

Las lentes, en general, suelen ser de dos tipos: convergentes o divergentes. En la lente convergente, los rayos convergen hacia el foco de la lente, situado detrás de ella; en la divergente, los rayos divergen como si partieran de un foco virtual colocado delante. Los rayos que atraviesan el centro óptico de la lente no se desvían. Los demás se refractan según la ley de Snell, que indica que es constante el producto del índice de refracción de una lente por el seno del ángulo que forman los rayos con la normal. El gran problema de las lentes es que sufren de aberración cromática. Cuando un rayo de luz incide en un prisma, se descompone en colores primarios. Lo mismo ocurre en los bordes de las lentes. Por eso, es casi imposible volver a unir los colores en un mismo lugar, y las imágenes terminan con una corola difuminada alrededor que empaña su visión. Aunque se intentó ampliar el tamaño o probar con distintos tipos de lentes, como hizo Kepler, la aberración podía reducirse pero no eliminarse.



Lente convergente o biconvexa

Lente divergente o bicóncava

La ventaja del aparato inventado por Newton es que, además de evitar la aberración cromática, con menos tamaño conseguía más aumento. El primer telescopio que construyó tenía alrededor de 15 cm de largo y, sin embargo, aumentaba la imagen cuarenta veces en diámetro. Más de un siglo después, el astrónomo alemán William Herschel (1738-1822), descubridor del planeta Urano, construyó una versión mejorada del telescopio de Newton. En el suyo no había espejo plano, pero sí reflector, por lo que, al reflejarse los rayos una sola vez, se perdía mucho menos luz en la observación.

NEWTON EN LA ROYAL SOCIETY

La impresión que causó el telescopio de Newton en la Royal Society se aprecia en la carta que le envió el secretario de la sociedad, Henry Oldenburg:

> Habiendo sido examinado y aplaudido por nuestros más eminentes especialistas en la ciencia y la práctica de la óptica, estos consideran necesario poner a salvo esta invención de usurpadoras manos extranjeras. [...] dichos especialistas han elaborado un esquema de este primer ejemplar enviado por usted, [...] y han enviado dicho esquema y descripción a través del secretario de la Royal Society, en carta solemne, a París, al señor Huygens, con el objeto de prevenir la usurpación de dichos extranjeros, quienes pueden haberlo visto aquí, o tal vez, con usted, en Cambridge, ya que es demasiado frecuente que los nuevos inventos y artefactos sean arrebatados de sus verdaderos creadores por intrusos.

La carta refleja la preocupación por los plagios antes mencionada. Pero, sobre todo, es llamativo el carácter marcadamente nacionalista que recorre la misiva. Al parecer, lo que más les preocupaba era que un extranjero pudiera copiar el diseño.

Lo importante, en cualquier caso, era que en la carta se invitaba a Newton a formar parte de la Royal Society. Ingresó en la sociedad el 11 de enero de 1672 y, más tarde, fue su presidente durante casi cinco lustros.

«A HOMBROS DE GIGANTES»

Un mes después de ser elegido socio de la Royal Society, Newton envió al secretario de la sociedad un tratado sobre los colores, en el que elaboraba un esquema de su teoría apoyándose en tres experimentos. Oldenburg le contestó que la lectura de su tratado había tenido una gran acogida y que sería publicado en *Philosophical Transactions*. Ese artículo, así como otro sobre su telescopio, dio a conocer a Newton entre los científicos europeos, con los que comenzó a cartearse.

> «No he podido aún llegar a deducir de los fenómenos la razón de esas propiedades de la gravedad, y no imagino hipótesis.»
>
> — Isaac Newton, en el cierre de los *Principia*.

Los problemas surgieron cuando su teoría empezó a recibir críticas. Una de las primeras provino de Robert Hooke, considerado un experto en óptica. Este, aunque destacó su interés, criticó con dureza el tratado, indicando que las hipótesis de Newton no quedaban suficientemente demostradas. Newton respondió con furia, afirmando que Hooke no había entendido nada de su trabajo y que era imposible que en tan pocos días hubiese podido reproducir su experimento. Esto era cierto, y el propio Hooke confesó más adelante que solo había dedicado unas horas a estudiar el artículo.

En esta disputa desempeñó un papel importante Oldenburg, que recibía las cartas de ambos. Oldenburg, enemistado con Hooke, solo leyó en público las cartas de Newton, lo que levantó las iras del óptico. Hooke, entonces, decidió prescindir de Oldenburg y escribir directamente a Newton. En la carta de respuesta figura una de las frases más famosas de Newton: «Si he llegado a ver más lejos, ha sido porque he subido a hombros de gigantes». La sentencia, sin embargo, no es original de Newton, pues ya en el siglo XII había aparecido en la obra *Metalogicon*, de Juan de Salisbury.

Pero las críticas de Hooke no fueron las únicas. Christiaan Huygens, considerado el mejor científico europeo de la época, alabó su teoría en un primer momento, pero poco a poco fue encontrándole reparos. Quizá la disputa más encendida fue la que sostuvo con el jesuita inglés Francis Hall, que se prolongó con sus discípulos tras la muerte del sacerdote. Las críticas coincidían en tachar de hipótesis las aseveraciones de Newton. Esto le encrespaba y, como reza una de sus máximas, *Hypotheses non fingo*, defendía que él no realizaba hipótesis. Lo cual, sin embargo, no siempre era cierto.

La desesperación se apoderó de Newton, que veía que las polémicas inacabables le quitaban tiempo para lo fundamental: sus estudios. Su enfado llegó al punto de que pidió a Oldenburg que le dieran de baja de la Royal Society, pero la petición nunca se hizo efectiva.

DE DESGRACIA EN DESGRACIA

En 1677, las muertes de Barrow y Oldenburg sumieron a Newton en el aislamiento. El primero fue su mentor, y el segundo, el único hilo que lo mantenía unido a la comunidad científica. Por otra parte, con la intención de zanjar la disputa sobre su teoría de los colores, decidió escribir una obra más completa que reuniese sus múltiples experimentos y explicase definitivamente cuál era su teoría óptica. Pero, por desgracia, después de haber terminado el manuscrito, se produjo un incendio en sus habitaciones y perdió todo su trabajo. Newton se quedó tan afectado que tardó meses en recuperarse. Tanto es así que tardó veinticinco años en publicar de nuevo su teoría de la luz.

En 1679 tuvo que regresar a su casa natal de Woolsthorpe, ya que su madre agonizaba. Al parecer, su hermanastro Benjamin había enfermado de unas fiebres malignas y su madre, mientras lo cuidaba, se había contagiado. Durante los últimos días de su madre Newton la cuidó con una entrega inédita en su relación. Según cuenta su biógrafo John Conduitt:

> Pasaba noches enteras sentado junto a ella, le daba él mismo las medicinas, curaba sus ampollas con sus propias manos y hacía uso de su extraordinaria destreza manual para aliviar el dolor producido por el terrible remedio que se emplea habitualmente en las curas de esa enfermedad, con mayor entrega de la que nunca había demostrado en sus experimentos más interesantes.

Ver acercarse el final de su progenitora debió de removerle la conciencia y se volcó con ella como nunca había hecho. Y es que, desde que había vuelto a Cambridge tras la peste más de doce años atrás, se podían contar con los dedos de la mano las veces que la había visitado. En Woolsthorpe permaneció varios meses arreglando los papeles de la herencia. Durante ese tiempo, aparcó sus estudios y ejerció de terrateniente, poniendo al día sus asuntos y repasando los contratos de arrendamiento. Su objetivo era dejarlo todo en orden para centrarse de nuevo en la investigación.

A su regreso a Cambridge se resquebrajó otro de sus pilares. Su compañero de cuarto, Wickins, con quien había convivido desde su llegada, fue nombrado rector de Stoke Edith y un año más tarde abandonó el *college*. Aunque no hay constancia de conflicto alguno entre ambos, a partir de entonces su relación fue muy fría e, incomprensiblemente, apenas mantuvieron el contacto.

De pronto, Newton se encontró sin nadie a quien acudir en caso de necesitar consuelo o consejo. Fue por esas fechas cuando mandó traer desde Grantham a Humphrey Newton, el estudiante que le sirvió de secretario y ayudante —labor que, hasta entonces, había realizado Wickins—. Sin embargo, en su vida aparecieron nuevas amistades. Sin duda, la más importante fue la que entabló con Edmund Halley (1656-1742). Y es que, al convencer a Newton de que diese a conocer su concepción del universo, le hizo entrar en la historia de la ciencia.

LA EVOLUCIÓN DEL CONCEPTO DEL UNIVERSO

Copérnico había revolucionado la ciencia al plantear que el centro del universo era el Sol y que los planetas giraban en torno a él. Sin embargo, las leyes que regían ese movimiento no se habían establecido con solidez hasta que llegó Newton.

Pese a que la teoría heliocéntrica de Copérnico no fue aceptada por todos, sí tuvo seguidores que, incluso, llegaron a perfeccionarla. Por ejemplo, el filósofo y sacerdote italiano Giordano Bruno (1548-1600). El clérigo italiano fue el primero en diseñar una teoría cosmológica opuesta a la aristotélica, partiendo de los principios copernicanos, pero defendiendo que el Sol era solo una

estrella más y que el universo era infinito y homogéneo. En su obra *La cena de las cenizas*, planteó el movimiento de la Tierra con argumentos físicos, que solo fue superado con la llegada de Galileo. Desgraciadamente, no pasó a la historia por sus logros, sino porque la Inquisición lo quemó en la hoguera. Aunque las acusaciones fueron principalmente de índole religiosa, su herética concepción del universo contribuyó a su triste final.

Otra de las figuras imprescindibles de la segunda mitad del siglo XVI fue el danés Tycho Brahe (1546-1601), que realizó las observaciones astronómicas más perfectas hasta el momento. El rey de Dinamarca financió la construcción de lo que se considera como el primer observatorio astronómico de la historia. En la isla de Hven se levantó el palacio conocido como Uraniborg, que albergaba instrumentos astronómicos diseñados por Brahe. Pese a que en la época no existían los telescopios astronómicos, Brahe alcanzó una precisión en sus observaciones nunca igualadas. Era un pésimo teórico, pero un excelente observador, y contribuyó a la destrucción del cosmos aristotélico. Y ello a pesar de no ser copernicano. Brahe oponía al enfoque de Copérnico uno propio según el cual la Tierra permanecía fija rodeada por la Luna y el Sol, y los restantes planetas giraban alrededor de este. Sin embargo, desde el punto de vista de las matemáticas, su sistema era similar al de Copérnico. Brahe fue el primero que planteó que las observaciones debían ser sistemáticas, y no reducirse a fenómenos extraordinarios.

Pero la figura más destacada en la astronomía del siglo XVI es, sin duda, el astrónomo alemán Johannes Kepler (1571-1630). Desde su infancia se interesó por los fenómenos del cielo y, con solo cinco años, observó el cometa que cruzó los cielos en 1577. Estudió con el astrónomo y matemático Michael Maestlin, quien lo introdujo en la teoría heliocéntrica. En 1596 publicó un primer libro, *El secreto del universo*, en el que defendía la teoría copernicana y relacionaba la creación de Dios con los planetas. Creía que solo existían los seis planetas que se conocían en ese momento porque estaban relacionados con los sólidos platónicos. Construyó un sistema en el que cada poliedro regular se encontraba dentro de una esfera y lo explicó de la siguiente manera:

> La Tierra es un círculo que es medida de todo. Circunscríbele un dodecaedro. El círculo que lo circunscriba será Marte. Circunscribe a Marte con un tetraedro, el círculo que comprenda a este será Júpiter. Circunscribe a Júpiter con un cubo. El círculo que comprenda a este será Saturno. Ahora inscribe en la Tierra un icosaedro. El círculo inscrito en este será Venus. Inscribe en Venus un octaedro. El círculo inscrito en él será Mercurio. Tienes la razón del número de los planetas.

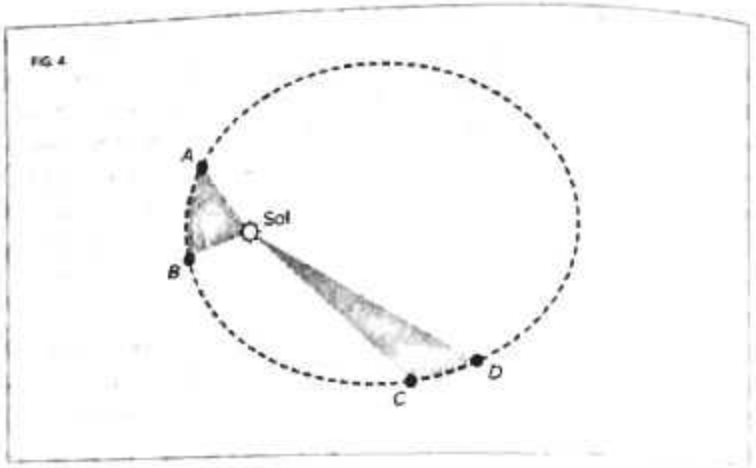
Kepler poseía una poderosa intuición y creaba excelentes hipótesis de trabajo, pero defendía que cualquier teoría debía ser sometida a la práctica, es decir, a los datos que confirmaran esa teoría. Por otra parte, en astronomía no era raro que se seleccionaran los datos que corroboraban una teoría y que se desechara el resto.

Kepler era un excelente teórico, pero un deficiente observador. De hecho, su obra anterior se basó en datos que, en parte, resultaron erróneos. En este sentido, fue una suerte que entrara en contacto con Tycho Brahe, que era justo lo contrario que él. Kepler estaba ampliando su obra *El secreto del universo*, pero para corroborar sus teorías, a pesar de llevar veinte años haciendo observaciones, necesitaba más datos. Convertirse en colaborador de Brahe le permitió, tras la muerte de este, acceder a toda la información que acumulaba el danés. De esta manera, por ejemplo, fue como descubrió que las órbitas de los planetas se ajustaban a una elipse en lugar de a un círculo, como se defendía desde la antigua Grecia. También comprobó que los planetas se movían más rápido cuando se hallaban próximos al Sol.

En 1609 publicó su obra *Astronomia nova*, en la que aparecen sus dos primeras leyes acerca del movimiento planetario. La primera de ellas reza que los planetas se mueven formando elipses alrededor del Sol, el cual se encuentra en uno de los focos de esas órbitas elípticas. En cuanto a la segunda, establece que una línea recta que uniese el Sol con un planeta recorrería áreas equivalentes en tiempos equivalentes.

Según la imagen de la figura 4, el planeta tardaría el mismo tiempo en ir desde A hasta B que desde C hasta D, y las zonas señaladas tendrían la misma área.

Esquema de la segunda ley del movimiento planetario de Johannes Kepler.



La tercera ley de Kepler no apareció hasta 1619 en *La armonía del mundo*, su obra magna, que recogía muchos de sus trabajos sobre poliedros, música, astrología y astronomía. Sostenía lo siguiente: «El cuadrado del tiempo empleado por un planeta en recorrer su órbita es proporcional al cubo de la distancia media entre ese planeta y el Sol».

En esta ley se encuentra la fórmula $T^2 = k \cdot d^3$, en la que T es el tiempo de rotación medido en años, y d la distancia entre el planeta y el Sol medida en unidades astronómicas (es decir, la distancia entre el Sol y la Tierra). Según esta ley, cuanto más lejos está el planeta del Sol, más lentamente recorre su órbita.

EL COMETA DE 1680

A finales del año 1680, el cielo despertó el interés de numerosos científicos. Sin embargo, esta vez el asunto no tenía nada que ver con la religión, sino con la aparición de un «nuevo» cometa. El primero en observarlo fue el astrónomo alemán Gottfried Kirch (1639-1710), que más tarde fue astrónomo real en el Observatorio de Berlín. También fue pionero en descubrir un cometa utilizando el telescopio.

El cometa fue visible durante cuatro meses, por lo que pudo ser observado por muchos científicos. El uso del telescopio se había generalizado entre los investigadores, sobre todo por las mejoras aportadas por Newton, lo que permitió que la evolución del cometa fuese seguida con más precisión. Es conocido que el científico inglés siguió su trayectoria a diario.

Sin embargo, las características de estos cuerpos aún no estaban claras. Muchos científicos seguían considerando que su naturaleza era más atmosférica que celeste, es decir, que guardaban más relación con el entorno de la Tierra que con el propio espacio. Esta opinión era defendida, por ejemplo, por Robert Hooke o por el astrónomo real John Flamsteed (1646-1719). Este último mantuvo una fuerte discusión con Newton sobre el cometa avistado aquel año: mientras que él sostenía que el cometa había girado dentro de su órbita, antes de llegar al Sol, Newton defendía que lo había rodeado antes de seguir su camino.

Algunas anotaciones hacen pensar que, por esos años, Newton aún no había extendido sus fuerzas gravitatorias a todos los cuerpos celestes. En este sentido, es muy probable que no aplicase aún a los cometas las leyes de los planetas.

Poco antes, en 1679, Robert Hooke, nombrado secretario de la Royal Society tras la muerte de Oldenburg, había escrito a Newton para convencerle de que se carteara con el resto de científicos. En la misiva, además, planteaba al genio una sugerente cuestión: ¿cómo serían las órbitas de planetas afectados por la inercia y por una atracción hacia el cuerpo que se hallaba en el centro de su giro? Newton planteó una ley de inercia, según la cual los cuerpos se desplazan en línea recta si ninguna fuerza modifica su movimiento. Además, desechó el concepto de fuerza centrífuga y se centró en otra que denominó fuerza «centrípeta», que definió como la que provoca que, en un movimiento circular, el cuerpo sea atraído hacia el centro de revolución.

Newton respondió proponiendo un experimento para estudiar la rotación de la Tierra alrededor de su eje. Tal vez por la rapidez en contestar, cometió la torpeza de suponer que los cuerpos que cayesen hacia el centro de la Tierra lo harían trazando una espiral. Hooke, que detectó el error de inmediato, sugirió que la trayecto-

ria fuera una elipse. Pese a que, en un principio, Newton rechazó la idea, más tarde se sirvió de ella para rehacer sus cálculos.

EL GENIO DESPIERTA

En el siglo XVII se habían puesto de moda en Londres los establecimientos para tomar café, surgidos a mediados del siglo. En ellos solían formarse tertulias y grupos de discusión sobre cualquier tema, incluida la ciencia. No es de extrañar, pues, que, tras las sesiones de la Royal Society, los miembros que no tenían prisa en volver a casa se reunieran en un café para continuar la conversación.

En enero de 1684 en uno de estos locales tuvo lugar una curiosa reunión. En él se encontraban Robert Hooke, Christopher Wren y Edmund Halley, que solían debatir con frecuencia sobre el movimiento planetario. En aquella ocasión, discutían sobre una propuesta de Hooke, que sostenía que el Sol atraía a los planetas con una fuerza inversamente proporcional al cuadrado de la distancia. Tanto Wren como Halley se mostraban de acuerdo con Hooke. El problema que se les planteaba era cuál podría ser la órbita que siguiera un planeta con la influencia de esa fuerza. Amparándose en las leyes de Kepler, imaginaban que la respuesta sería una elipse, pero carecían de herramientas para demostrarlo.

Siguiendo su costumbre, Hooke se jactó de tener la solución, pero se negaba a revelarla hasta que los otros no se diesen por vencidos. Tanto Halley como Wren, impotentes, reconocieron su fracaso. Sin embargo, pasaban los meses y Hooke no desvelaba el secreto. Halley, entonces, para salir de dudas, se decidió a preguntar a otro de los mayores científicos de Inglaterra, Isaac Newton.

El matemático francés Abraham de Moivre (1667-1754), amigo de Newton y uno de los que mejor guardó sus recuerdos, fue testigo del encuentro: «El doctor Halley le pidió su opinión sobre cómo pensaba que sería la curva descrita por los planetas, suponiendo que la fuerza de atracción hacia el Sol fuese recíproca al cuadrado de su distancia de este. Sir Isaac respondió inmediatamente que sería una elipse». Tras la rápida respuesta, el doctor, sorprendido, le preguntó cómo lo había sabido. «Lo he calculado», contestó él. Sin embargo, cuando Halley le pidió ver los cálculos, Newton aseguró que los había perdido. En su biografía del inglés, Richard S. Westfall sostiene que aquella excusa era falsa, ya que en la actualidad se conservan los manuscritos con los citados cálculos. Seguramente Newton, dado su perfeccionismo, no estaba dispuesto a mostrar su trabajo sin haberlo revisado.

> «La parte más importante de la revolución científica fue el descubrimiento de la gravitación universal de Isaac Newton.»
>
> — BERNARD COHEN, HISTORIADOR DE LA CIENCIA.

En cualquier caso, en noviembre Halley recibió un breve manuscrito de nueve páginas titulado *De motu corporum in gyrum* (*Sobre el movimiento de los cuerpos en una órbita*). En él encontró lo que esperaba y mucho más: un esbozo de una ciencia general de la dinámica. Halley recibió permiso de Newton para comentar la obra en la Royal Society. También logró arrancarle el compromiso de revisar el tratado para que fuera registrado en la sociedad. No obstante, aquella revisión tardó más de lo que pensaba Halley, pues Newton pasó dos años volcado en cuerpo y alma en la que iba a ser su obra magna: los *Principia*.

Tras solicitar a Flamsteed los datos que necesitaba para fundamentar sus resultados, se dedicó a ampliar el tratado añadiendo todo lo que había averiguado previamente sobre el mundo celeste. En el verano de 1686, Newton escribió a Halley contándole que, durante el invierno, había terminado el primer libro pero, al alargarse más de lo previsto, había decidido dividirlo en dos partes. Cuando consideró que el primer tomo estaba completo, encargó a su amanuense que lo copiara en limpio y lo envió a la Royal Society. Ni que decir tiene que la acogida fue magnífica, y los miembros cubrieron de elogios su labor.

No obstante, un incidente empañó en parte la alegría de Newton. Mientras se encontraba organizando el material del tercer libro, recibió una carta de Halley para informarle del extraordinario recibimiento obtenido por el primero. De soslayo, también le comen-

tó que Hooke aseguraba que muchas de las ideas que aparecían en la obra eran suyas. Esto era cierto, pero solo en parte: Hooke había entrevisto las posibilidades del movimiento planetario, pero fue Newton quien hizo las demostraciones y les otorgó entidad.

Conociendo el temperamento del genio, es probable que su furia hirviera como uno de sus calderos alquímicos. No en vano su primera reacción fue abandonar la redacción del tercer libro, que se encontraba ya en proceso de revisión. Afortunadamente, gracias a las tácticas diplomáticas de Halley, aceptó continuar con el trabajo.

A pesar de los problemas de financiación que atravesaba en ese momento la Royal Society, Halley consiguió el respaldo de la sociedad para publicar el libro. La única condición fue que él mismo fuera quien se encargara de la publicación. Halley aceptó, convirtiéndose así en editor de los *Principia*.

En otoño de 1686 Newton había concluido el libro segundo, en el que atacaba sin piedad las teorías cartesianas, sobre todo su filosofía natural.

Halley tenía prisa en que el libro saliera a la venta porque era consciente de la importante obra que tenía entre manos. Por este motivo, entregó el segundo tomo a un editor distinto para que fuera editándose a la vez que el primero, operación que repitió cuando tuvo en su poder el tercer volumen.

Por fin, el 5 de julio de 1687, la obra vio la luz. Su grado de complejidad excedía el de la media universitaria. Se cuenta que un estudiante, al cruzarse en Cambridge con Newton, comentó: «Ahí va el hombre que ha escrito un libro que nadie, ni siquiera él, comprende».

Halley presentó la obra final con una oda dedicada a Newton, en la que destaca esta apasionada estrofa:

> A la luz están los íntimos secretos del cielo revelado,
> no se oculta ya la fuerza que hace girar el orbe más lejano.
> En su trono ordena el Sol declinar en derredor el curso del universo,
> permitiendo que el rumbo de los astros, manifiesta su falsa derechura
> por el inmenso vacío, gire en órbitas certeras sobre su centro.
> Se reveló ya la órbita curva de los terribles cometas, no nos asustamos
> ya de estrellas barbadas.

LAS REFLEXIONES SOBRE LA GRAVEDAD

Se supone que, gracias a la anécdota de la manzana anteriormente descrita, a Newton se le ocurrió relacionar las fuerzas que regían los movimientos planetarios con las que movían los objetos en nuestro planeta. Esto le condujo a estudiar las leyes de Kepler y las leyes de movimiento de Galilei.

Mientras se encontraba en Woolsthorpe, desarrolló la idea de que la Luna se veía atraída hacia la Tierra igual que una manzana, pero que la distancia paliaba esa atracción tornándola casi inapreciable. Por la misma razón, esa fuerza de atracción debía de acercar los planetas al Sol.

Estudiando las órbitas de los planetas concluyó también que la fuerza se atenuaba en función del cuadrado de la distancia. Para llegar a este resultado, partió de la fuerza centrífuga, es decir, la que provoca que un cuerpo en movimiento circular alrededor de un objeto tienda a separarse de ese objeto. De esta forma, si se tiene un cuerpo de masa m que se mueve con velocidad v constante alrededor de un centro, y sobre una circunferencia de radio r, la fuerza centrípeta es a la total $(m \cdot a)$ como el perímetro de la circunferencia $(2 \cdot \pi \cdot r)$ es al radio. Como la aceleración es v/t, la fuerza resultante es

$$\frac{f}{m \cdot a} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{r} \rightarrow f = 2\pi \cdot m \cdot a = 2\pi m \cdot \frac{v}{t}.$$

Como el tiempo t es el cociente entre el espacio recorrido y la velocidad,

$$t = \frac{s}{v} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{v},$$

sustituyendo en la fuerza y simplificando llegamos a la fórmula de la fuerza centrífuga:

$$f = \frac{m \cdot v^2}{r}.$$

Newton alcanzó sus conclusiones sirviéndose de la fórmula anterior y de la tercera ley de Kepler. Y lo hizo de la forma descrita a continuación: si hay dos planetas con velocidades v_1 y v_2 alrededor del Sol, y sus distancias medias con este son r_1 y r_2, se obtienen las fórmulas siguientes:

$$f_1 = \frac{m_1 \cdot v_1^2}{r_1} \text{ y } f_2 = \frac{m_2 \cdot v_2^2}{r_2}, \text{ de donde } \frac{f_1}{f_2} = \frac{m_1 \cdot v_1^2 \cdot r_2}{m_2 \cdot v_2^2 \cdot r_1}.$$

Como la velocidad es el cociente entre espacio y tiempo, siendo T el período de revolución del planeta,

$$v = \frac{2\pi r}{T},$$

Aplicándolo a la fórmula anterior se convierte en:

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{m_1 \cdot T_2^2 \cdot r_1}{m_2 \cdot T_1^2 \cdot r_2} = \frac{m_1 \cdot r_1}{m_2 \cdot r_2} \cdot \frac{T_2^2}{T_1^2}.$$

Aplicando ahora la tercera regla de Kepler, si se considera una constante universal de proporcionalidad k, se verifica:

$$\frac{T_2^2}{T_1^2} = k \frac{r_2^3}{r_1^3}.$$

Esto último conduce a la expresión anterior:

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{m_1 \cdot r_1}{m_2 \cdot r_2} \cdot \frac{r_2^3}{k \cdot r_1^3} = \frac{m_1}{m_2} \cdot k^{-1} \cdot \frac{r_2^2}{r_1^2}.$$

De esto se concluye, sin considerar el cociente de las masas ni la constante de proporcionalidad, que las fuerzas son inversamente proporcionales al cuadrado de las distancias medias de los planetas al Sol.

En realidad, Newton había ido gestando su teoría del movimiento planetario a lo largo de los años. Así, en el período de la epidemia de peste comenzó a estudiar la atracción del Sol sobre los planetas. Luego se pasó al estudio de la Luna, pero, con los datos que en ese momento tenía sobre la Tierra, no le salían los cálculos. Cuando en 1675 se publicaron cálculos más exactos de las medidas terrestres, realizadas por el astrónomo francés Jean Picard (1620-1682), pudo retomar sus cálculos y comprobar que sus hipótesis se cumplían. Inicialmente, se encontró con un problema: considerar que la fuerza de atracción de un planeta esférico se puede estimar como si toda la masa estuviera concentrada en su centro. Esto, que es aplicable a las fuerzas que se basan en cuadrados inversos, no es fácil de demostrar. Planteó incluso varios experimentos con péndulos para comprobar cómo la fuerza influía en el movimiento; experimentos que, más tarde, incluyó en el primer libro de los *Principia*. Estos ensayos, y otros realizados con esferas, le llevaron a desechar el enfoque adoptado por Descartes en los vórtices.

Su visión del movimiento de los cuerpos celestes siguió cambiando y, a mediados de la década de 1680, Newton había generalizado la acción a distancia a casi todos los fenómenos de la naturaleza, según plantea Richard S. Westfall en su biografía del científico. Fueron los días en que el científico se encontraba inmerso en la gran obra de su vida.

LOS *PRINCIPIA*

Considerada una de las obras más importantes de la historia de la ciencia, los *Philosophiae naturalis principia mathematica* (*Principios matemáticos de la filosofía natural*) se componen de tres libros y se basan en los principios de la filosofía experimental, seña de identidad de la revolución científica. Así lo expuso Newton en el tomo tercero:

> En la filosofía experimental debemos recoger proposiciones verdaderas, o muy aproximadas, inferidas por inducción general a partir de fenómenos, prescindiendo de cualesquiera hipótesis contrarias,

hasta que se produzcan otros fenómenos capaces de hacer más precisas esas proposiciones o sujetas a excepciones.

Es decir, se debe siempre corroborar las hipótesis a partir de los datos y la experimentación.

En los *Principia* Newton fundamentó matemáticamente el movimiento en el universo. Escarmentado de polémicas y de objeciones de científicos que no consideraba a su altura, escribió el libro en latín, de forma que solo pudiese ser leído por los miembros del mundo científico.

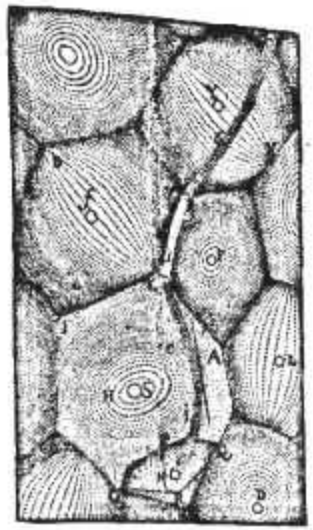
Ya en el pequeño manuscrito *De motu corporum*, germen de los *Principia*, Newton demostraba que la trayectoria que genera una fuerza de atracción inversamente proporcional al cuadrado de la distancia es una cónica; en concreto, una elipse para velocidades por debajo de cierto límite.

En *Los movimientos del cuerpo*, el primer tomo de los *Principia*, Newton desgranó las tres leyes del movimiento. La primera ley afirmaba que todo cuerpo continúa en un estado de reposo, o de movimiento en línea recta, a menos que sea obligado a cambiar ese estado por fuerzas impuestas sobre él. La segunda, que el cambio de movimiento es proporcional a la fuerza motriz impresa, y ocurre según la línea recta en que se imprime dicha fuerza. Por último, la tercera sostenía que a cada acción se opone siempre una reacción igual y opuesta. Es decir, la acción mutua de dos cuerpos, el uno sobre el otro, es siempre igual y dirigida hacia las partes contrarias. Las dos primeras leyes las dedujo de las leyes de Galileo y Kepler, pero la tercera le pertenece por entero. Esta, aplicada a la Tierra y la Luna, demuestra que ambos cuerpos se influyen mutuamente, lo que explica el fenómeno de las mareas condicionadas por el satélite.

Es en este libro donde Newton utilizó por primera vez la palabra «masa» en su significado actual: «La cantidad de materia es aquella que surge por la conjunción de su densidad y magnitud. La cantidad de un cuerpo con el doble de densidad en el doble de espacio es cuatro veces mayor. Designo esta cantidad por el nombre de cuerpo o masa». Es decir, la masa es la cantidad de materia que posee un cuerpo independientemente de su volumen. Además,

LOS VÓRTICES DE DESCARTES

En 1644, siete años después de haber publicado su *Discurso del método*, René Descartes sacó a la luz sus *Principios de la filosofía*, donde planteó su idea sobre cómo se producen los movimientos de los planetas. El filósofo y científico francés concebía el universo repleto de un fluido invisible que formaba remolinos similares a lo que se podía encontrar en un río, símil ya empleado en la antigua Grecia. Esos remolinos o vórtices arrastraban a los planetas y eran los que provocaban el movimiento. El propio Descartes lo explica así: «Podemos asumir, en este asunto de los cielos, que los planetas se hallan girando sin cesar, en un vórtice que tiene el Sol en su centro, que los que están más cerca del Sol se mueven más rápidamente que los más alejados; y que así todos los planetas [...] siempre permanecerán suspendidos con sus mismas partes en este asunto celestial. Porque solo por ello, sin ningún otro dispositivo, todos los fenómenos son muy fáciles de entender». Él supuso que el Sol estaba en el centro de uno de los vórtices y arrastraba a los planetas, que a su vez eran centro de otros vórtices más pequeños que afectaban a los satélites, como la Luna. Fue su intento de explicar el movimiento en una época en que no se imaginaba que las fuerzas pudieran actuar a distancia. El problema reside en que esta concepción no explicaba cómo se comportaban los cuerpos terrestres. Descartes imaginaba la Tierra como una inmensa centrifugadora, cuyo movimiento constante influía en las partículas de la siguiente forma: «La fuerza con que la materia celeste, más ligera, tiende a alejarse del centro de la Tierra no puede tener su efecto si las partículas de la materia celeste que se alejan no alcanzan el lugar de algunas partes terrestres que descienden, al mismo tiempo, hasta pasar a ocupar el lugar dejado por las partículas de la materia celeste».



Detalle de una lámina que representa los vórtices cartesianos, incluida en los *Principios de la filosofía*.

comprobó que dicha masa era proporcional a su peso. En concreto, la fuerza es igual a masa por aceleración.

También definió la fuerza centrípeta: «Fuerza centrípeta es aquella por la cual los cuerpos son arrastrados o impelidos, o tien-

den de cualquier modo hacia un punto como hacia un centro». Asimismo, se incluyen en el libro los teoremas sobre la atracción de esferas, experimentos a los que había dedicado gran atención. De ellos dedujo que la fuerza de atracción entre cuerpos esféricos debe producirse desde sus centros. Newton definía la cantidad de movimiento como el producto de la masa por la velocidad. Y, en ese movimiento, incluía dos tipos de fuerza: la *vis insita*, proporcional a la masa, que provoca que el cuerpo mantenga su estado de reposo o movimiento rectilíneo, y la *vis impressa*, encargada de cambiar el estado del cuerpo. Esta última puede ser debido a un choque, una presión o la fuerza centrípeta.

Finalmente, incluyó algunos de sus experimentos con la luz, dedicando una sección al movimiento de las partículas diminutas.

En el segundo libro se hallan pasajes que pueden considerarse como una introducción a la hidrodinámica. En él trató la mecánica de los fluidos y la influencia de la fricción en el movimiento de los cuerpos sólidos incluidos en un medio líquido. De ello dedujo que la resistencia variaba con el cuadrado de la velocidad. También estudió la forma que deben tener los cuerpos para ofrecer menor resistencia, el movimiento ondulatorio y una fórmula para la velocidad del sonido en el agua. En alguna proposición, como la XXIII, intuyó una teoría cinética de los gases. Asimismo, dedujo la ley fundamental de la velocidad expresada por la raíz cuadrada de la elasticidad entre la densidad, lo que le permitió distinguir entre tres tipos de fluidos: el comprensible, el incomprensible y el viscoso.

El título del tercer libro es muy descriptivo: *El sistema del mundo*. El propio Newton explicó lo que pretendía en él:

> En el [libro] tercero derivo de los fenómenos celestes las fuerzas de gravedad, por las cuales los cuerpos tienden hacia el Sol y los distintos planetas. Luego, de esas fuerzas, mediante otras proposiciones que son también matemáticas, deduzco los movimientos de los planetas, los cometas, la Luna y el mar.

En cierta forma, Newton aplicó lo que planteaba en el primer libro al movimiento de los cuerpos celestes y al influjo de la Luna en la periodicidad de las mareas.

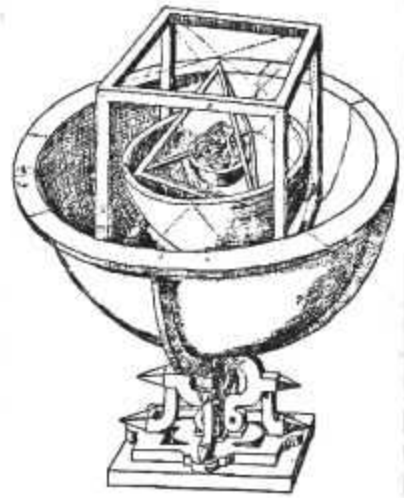
PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
PRINCIPIA
MATHEMATICA.

Auctore *IS. NEWTON*, Trin. Coll. Cantab. Soc. Matheseos Professore Lucasiano, & Societatis Regalis Sodali.

IMPRIMATUR.
S. PEPYS, Reg. Soc. PRÆSES.
Julii 5. 1686.

LONDINI,

Justu Societatis Regiæ ac Typis *Josephi Streater*. Prostat apud plures Bibliopolas. Anno MDCLXXXVII.



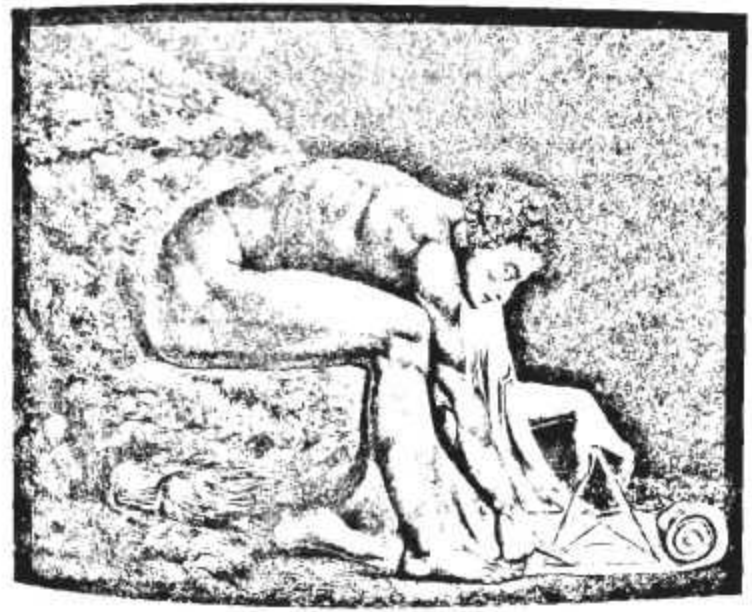


FOTO SUPERIOR IZQUIERDA
Portada de la primera edición de los *Principia* de Newton, publicada en latín (en inglés no apareció hasta décadas más tarde).

FOTO SUPERIOR DERECHA
Modelo del sistema solar según el libro del astrónomo Johannes Kepler *El secreto del universo* (*Mysterium cosmographicum*).

FOTO INFERIOR
Representación de Isaac Newton como «geómetra del universo», obra del poeta, pintor y grabador inglés William Blake (1757-1827).

Por otro lado, dedujo que la Tierra estaba achatada por los polos, lo que contradecía a René Descartes, ya que el filósofo francés defendía justo lo contrario. La cuestión se dilucidó un siglo después. En 1733, la Academia de las Ciencias de París envió dos expediciones, una a Laponia y otra a Perú, para medir los dos meridianos. En ellas participaron, entre otros, los españoles Jorge Juan y Antonio de Ulloa, y los franceses Charles Marie de La Condamine y Louis Godin. Después de sufrir un sinfín de penalidades, corroboraron los postulados de Newton. En este sentido, Voltaire le comentó a La Condamine: «Usted lo ha encontrado después de largos ensayos, mientras que Newton lo encontró sin salir de su casa».

De hecho, no solo calculó con precisión los equinoccios, sino también el radio entre el eje de la Tierra y su diámetro en el ecuador. Debido a la forma de la Tierra, Newton demostró que la atracción no era constante en su superficie y calculó el movimiento cónico del eje terrestre. Explicó cómo obtener el valor de la masa del Sol y del resto de los planetas en función de la masa de la Tierra.

Además, fue el primero que trabajó el movimiento de los cometas como si fuesen planetas girando alrededor del Sol.

El hallazgo más destacado del tercer libro fue aplicar una fuerza común a todos los fenómenos terrestres y celestes, que denominó «ley de gravitación universal» y que definió así:

> Dos cuerpos cualesquiera se atraen con una fuerza que es proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas.

Su expresión sería

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2},$$

donde G es la constante de gravitación universal. Fue calculada empíricamente por primera vez en 1798 por el físico inglés Henry Cavendish (1731-1810).

En el planteamiento de Newton de fuerza centrípeta, gracias a la cual, recordemos, los planetas no se salen de sus órbitas, no tiene cabida la fuerza centrífuga definida por Huygens, que es una fuerza en dirección contraria del centro de revolución, lo que provoca que los cuerpos se escapen de su órbita. Para Newton, dicha fuerza no influye a la hora de que los planetas describan una órbita elíptica, ni tampoco en que los cuerpos caigan en la Tierra.

LAS MATEMÁTICAS EN LOS *PRINCIPIA*

Definitivamente, los *Principia* eran una obra difícil de entender. En el último libro, el propio Newton reconocía que ese hermetismo de la obra era deliberado:

> Considerando que aquellos que no hubiesen entendido correctamente los principios no podrían fácilmente discernir el alcance de las consecuencias, ni dejar de lado los prejuicios a los que habían estado acostumbrados durante años, y para prevenir las disputas que podrían derivarse de ello, decidí reducir el contenido de este libro en forma de proposiciones de corte matemático, las cuales solo podrán ser leídas por aquellos que previamente hubiesen dominado los principios establecidos en los libros precedentes.

Inicialmente, Newton había previsto que el tercer libro fuera más asequible. Sin embargo, tras las discusiones con Hooke, decidió complicar la parte matemática, quedando así fuera de las capacidades de este último. Aunque en sus descubrimientos empleara el nuevo cálculo, las demostraciones de los *Principia* las hizo sirviéndose de la geometría clásica, que consideraba más precisa y elegante. De todas formas, el segundo libro también contiene aspectos analíticos.

Por descontado, los *Principia* albergan en sus páginas mucha matemática. Destaca el estudio de las secciones cónicas, que presenta dos maneras de generarlas por medio de intersecciones de rectas móviles. Esto le conduce a la construcción de una cónica que debe cumplir cinco condiciones: pasar por cinco

puntos, ser tangente a cinco rectas, pasar por dos puntos y ser tangente a tres rectas... Para estas aplicaciones utiliza, por ejemplo, un cuadrilátero formado por cuatro rectas cualesquiera: al trazar las cónicas tangentes a esas rectas, sus centros pasan por una recta que, además, atraviesa los puntos medios de las diagonales del cuadrilátero. Esa última recta se conoce como «recta de Newton».

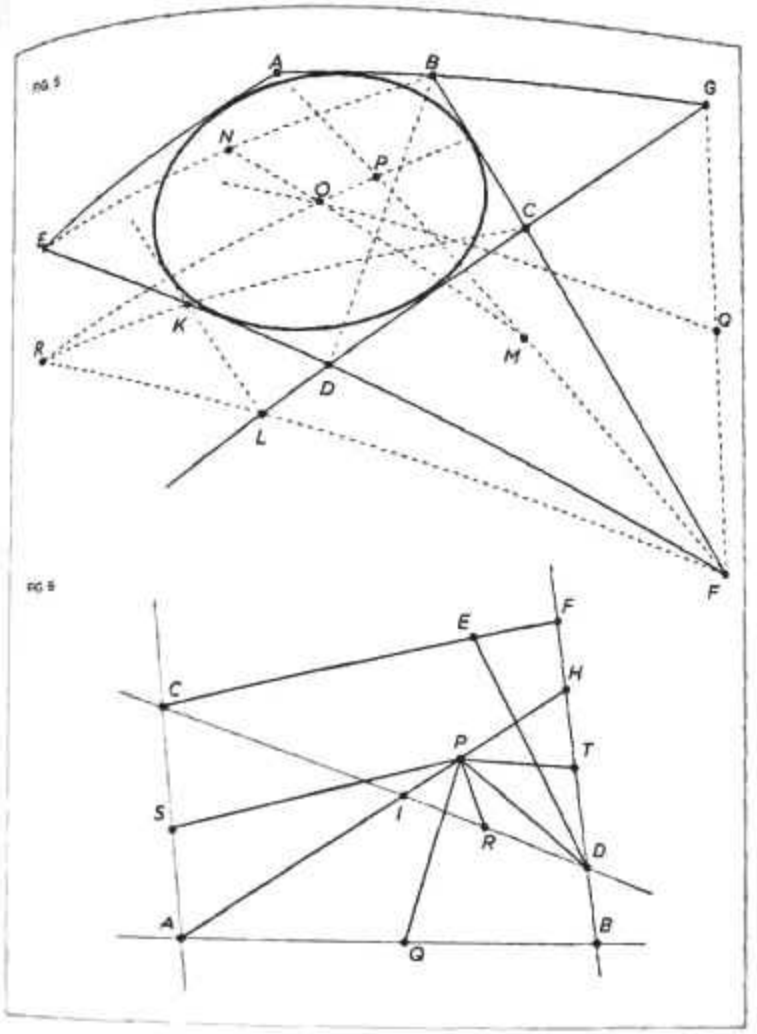
En la proposición XXVII del primer libro, Newton se propone construir una cónica que toque a cinco rectas dadas, y la acompaña con la imagen de la figura 5. En ella aparecen las rectas *ABG*, *BCF*, *GCD*, *FDE* y *EA*.

También demostró el conocido como «problema de las cuatro rectas» de Pappus, que ya había demostrado parcialmente Descartes. Newton aclaró que su solución «no consiste en un cálculo analítico, sino en una composición geométrica tal como exigían los antiguos». Este problema lo planteó en el lema XIX, cuya demostración puede verse gráficamente en la figura 6:

> Encontrar un punto *P* desde el cual, si cuatro líneas *PQ*, *PR*, *PS* y *PT* son trazadas hasta otras tantas rectas *AB*, *CD*, *AC* y *BD* dadas por posición, cada una a cada una, en ángulos dados, el rectángulo *PQ*·*PR*, bajo dos cualesquiera de las líneas trazadas, mantendrá con el rectángulo PS·PT, bajo las otras dos, una razón dada.

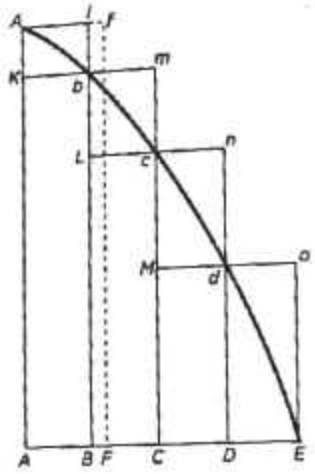
Como ejemplo concreto del razonamiento matemático que Newton aplicó en los *Principia* puede extraerse el presentado por el científico inglés en la primera sección del primer libro, donde expuso su método de las primeras y últimas razones de cantidades aplicándolo en una serie de proposiciones. Este es el lema II con su demostración (figura 7):

> Si en cualquier figura *AaE*, delimitada por las líneas rectas *Aa*, *AE* y la curva *acE*, se inscribe cualquier número de paralelogramos *Ab*, *Bc*, *Cd*, etcétera, comprendidos bajo bases iguales *AB*, *BC*, *CD*, etcétera, y lados *Bb*, *Cc*, *Dd*, etcétera, paralelos al lado *Aa* de la figura, y se completan los paralelogramos a*Kbl*, *bLcm*, *cMdn*, etcétera, si la anchura de esos paralelogramos se supone que irá disminuyendo y



su número aumentando infinitamente, afirmo que las últimas razones que guardarán entre la figura inscrita *AKbLcMdD*, la figura circunscrita *AalbmcndoE* y la figura curva *AabcdE* son razones de igualdad. Porque la diferencia de las figuras inscritas y circunscritas es la suma de los paralelogramos *Kl*, *Lm*, *Mn*, *Do*, esto es —por la igualdad de todas sus bases—, el rectángulo bajo una de sus bases *Kb* y de altura la suma de sus alturas Aa, esto es, el rectángulo *ABla*. Pero este

FIG. 7



rectángulo, dado que su anchura *AB* se supone disminuida infinitamente, se hace menor que cualquier espacio dado. Y por tanto —según el lema I— las figuras inscritas y circunscritas se hacen en última instancia iguales entre sí, y mucho más la figura curva intermedia. *Quod erat demonstrandum.*

Por último, el lema I sostenía que «las cantidades, y las razones de cantidades, que en cualquier tiempo finito tienden continuamente a la igualdad, y antes de terminar ese tiempo se aproximan una a otra más que ninguna diferencia dada, acaban haciéndose en última instancia iguales».

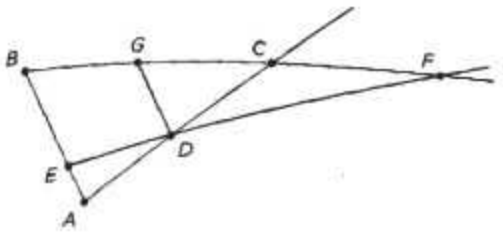
Véase otro ejemplo tomado del tercer libro, en este caso el lema II. En él, se pide lo siguiente:

> Cortar tres líneas rectas dadas en posición con una cuarta línea recta que pase por un punto dado en cualquiera de las tres de forma que sus partes interceptadas estén en razón dada entre sí. Sean *AB*, *AC*, *BC* las tres líneas rectas dadas en posición, y supóngase que *D* es el punto dado en la línea *AC*. Trácese *DG* paralela a *AB*, encontrándose con *BC* en *G*; llevando *GF* a *BG* en la razón dada, trácese *FDE*, y *FD* será a *DE* como *FG* a *BG*.

En este lema, cuya representación gráfica puede verse en la figura 8, también incluye la opción de demostrarlo por la vía trigonométrica: «En el triángulo *CGD* están dados todos los ángulos y el lado *CD*, con lo que se determinan los otros lados, y las líneas *GF* y *BE* están también dadas por las razones dadas».

Newton tuvo la feliz idea de unir el comportamiento de los cuerpos sobre la Tierra con el movimiento celeste. Estructuró a la perfección el comportamiento de los cuerpos en movimiento.

FIG. 8



A diferencia de otros que solo lo intuyeron, él se valió de las matemáticas para demostrar que sus leyes eran irrefutables. Su construcción fue tan precisa que, hasta la llegada de Einstein, todo se rigió por las pautas establecidas por Newton. Pero no fue este su único logro. Además, el genio inglés revolucionó el mundo de las matemáticas gracias al cálculo infinitesimal y planteó una teoría sobre la luz que fue la prioritaria durante todo el siglo XVIII.

CAPÍTULO 3

Una teoría luminosa

Es fácil ser consciente de la importancia de la luz y de la diversidad de colores que existen en la naturaleza. Basta echar un vistazo a una paleta de colores para comprobar, por ejemplo, la inmensa variedad de rojos o verdes disponibles. A diferencia de hoy en día, en el siglo XVII aún no se conocía con exactitud la composición de la luz ni su comportamiento. Los experimentos de Newton pusieron fin a años de controversia en la materia.

A pesar del reconocimiento de que gozan en la actualidad, durante la década de 1670 las teorías de Newton estuvieron sujetas a múltiples controversias. Ello fue alejándole poco a poco del mundo científico, limitándose a rebatir por carta a los que discutían sus logros. En sus cartas a Collins y Oldenburg aludía sin cesar al tiempo que le restaban estas disputas. En una de ellas confesó que había pospuesto un tratado sobre los colores porque unos «asuntos propios» ocupaban casi todo su tiempo. Se refería al estudio de la alquimia y la religión.

Newton mantenía en secreto sus trabajos alquímicos, pero aún más sus creencias religiosas. Cabe suponer que en su infancia tomó contacto con la religión a través de la biblioteca de su padrastro Barnabas. Newton se crió en pleno auge del puritanismo, una rígida corriente religiosa que surgió en Inglaterra cuando triunfó la revolución de Cromwell. Sus principales características eran la austeridad, la creencia en Dios, la pasión por el trabajo y la represión de los instintos. Por su forma de comportarse, Newton debió de ser un convencido puritano.

Newton nunca dejó de creer en Dios. En los *Principia*, por ejemplo, atacaba duramente las teorías de Descartes, que intentaban explicar la naturaleza sin la necesidad de un ser divino. Su obsesión por la Biblia fue tal que llegó a leerla en su versión hebrea. Aplicando los mismos razonamientos que en sus estudios

científicos, llegó al convencimiento de que las Sagradas Escrituras habían sido manipuladas entre los siglos III y IV por san Atanasio, y que el misterio de la Santísima Trinidad era falso.

Alrededor de 1670, Newton se convirtió al arrianismo. Esta doctrina, fundada por el sacerdote alejandrino Arrio (250-336), defendía la unicidad de Dios y que Jesucristo, pese a haber sido creado por Dios Padre, no era eterno ni procedía de la misma sustancia. En el Concilio de Nicea del año 325 fue considerada una herejía.

En Inglaterra se prohibió a los seguidores del arrianismo ejercer cargos públicos. Esto supuso un grave problema para Newton. Los *fellowships* como él debían tomar órdenes religiosas o abandonar el puesto a los siete años de su nombramiento. Newton estuvo a punto de renunciar a su trabajo como profesor en Cambridge, pero, posiblemente con el respaldo de Barrow, consiguió una dispensa que le permitió seguir con su labor sin ordenarse sacerdote.

DE CAMBRIDGE A LONDRES

Desde que en el siglo XVI el monarca Enrique VIII rompiera con la Iglesia católica, los encontronazos entre esta y la protestante fueron continuos en Inglaterra. Cuando subía al trono algún rey que tenía especial predilección por la religión católica, brotaban los enfrentamientos por muchos frentes. Algo de esto ocurrió durante la época de Isaac Newton, aunque, desde finales de la década de 1650, en que tuvo lugar la restauración de los Estuardo tras la revolución puritana de Oliver Cromwell, los reyes católicos estaban muy controlados por el Parlamento, que ostentaba un gran poder.

En 1685, tras la muerte de Carlos II, accedió al trono de Inglaterra Jacobo II, católico recalcitrante, quien tuvo numerosos encontronazos con la Universidad de Cambridge al amenazar la soberanía académica con varias de sus decisiones. Newton fue especialmente activo en contra de la intervención real. Tras el exilio de Jacobo II y la toma del poder de su sucesor, Guillermo III,

NEWTON EN EL PARLAMENTO

En 1689, gracias a su defensa de la autonomía universitaria frente a las injerencias del rey Jacobo II, Isaac Newton fue elegido miembro del Parlamento británico. A pesar de su asistencia a varias sesiones parlamentarias, no tenía por costumbre participar en los debates. Sin embargo, su única intervención parlamentaria acabó pasando a los anales de la historia. Sus biógrafos cuentan que el genio se levantó durante una sesión y, en medio de un silencio expectante, realizó la siguiente petición: «Perdón, ¿podría alguien cerrar aquella ventana? Hay corriente de aire y se me puede caer la peluca». Tras este episodio, nunca más volvió a tomar la palabra. De todas formas, su falta de implicación en los debates no impidió que más tarde fuese nombrado *Master of the Mint*, es decir, director de la Casa de la Moneda.

se creó un Parlamento provisional para elaborar las leyes que debían regir la nueva situación política. Para ese Parlamento fue elegido Newton entre otros representantes universitarios.

A causa de la notoriedad alcanzada tras su paso por el Parlamento, a su vuelta a la Universidad de Cambridge directivos del *college* o nobles de la ciudad solicitaban reunirse con él. Por otra parte, en Londres había tenido la oportunidad de relacionarse con científicos a los que consideraba sus iguales, lo que resultaba imposible en la universidad.

Newton había cambiado. Su estancia en Londres y los contactos que allí había entablado lo tornaron más extrovertido, y volvió a relacionarse con científicos y eruditos. Así, por esa época se reunió en varias ocasiones con Christiaan Huygens, al que debió de conocer en una reunión de la Royal Society. También entró en contacto con el filósofo John Locke (1632-1704), con quien mantuvo una nutrida correspondencia. Esta giró en torno a asun-

tos religiosos y, en especial, sobre sus creencias arrianas, que compartía con Locke.

En la misma época se relacionó con una de las personas que más influyó en él: Nicolas Fatio de Duillier. Es probable que se lo presentaran el mismo día que conoció a Huygens, pues Fatio había trabado amistad con este en los Países Bajos.

Alrededor de 1691 Newton trabó conocimiento con quien fue uno de sus principales seguidores, David Gregory (1659-1708), al que recomendó para la cátedra Saviliana de Astronomía de Oxford. Lo hizo en detrimento de Halley, que también aspiraba al puesto.

Otro científico que trató por esas fechas a Newton fue William Whiston (1667-1752), que se convirtió en profesor adjunto del genio en la cátedra Lucasiana. Whiston poseía las mismas inclinaciones religiosas que Newton, pero no fue tan discreto como él: tras hacer públicas sus creencias, fue acusado de hereje y apartado de la enseñanza.

EL *ANNUS HORRIBILIS*

Tras una larga temporada dedicado en exclusiva a los *Principia*, Newton retomó sus trabajos en el campo de la óptica y la alquimia. Recopiló todos sus experimentos sobre la luz y los colores en un solo volumen. Sin embargo, ni siquiera trató de publicarlo, con lo que hubo que esperar al siglo siguiente para que la obra viera la luz. También escribió varios textos sobre alquimia, incluido el que se considera su trabajo más importante sobre el asunto, titulado *Praxis*.

Aunque las causas últimas no están claras, parece que en torno a 1693 Newton vivió una serie de acontecimientos que menoscabaron su estado de ánimo. La tensión por la autoría del cálculo, el trabajo de laboratorio extenuante que acarreaba su pasión por la alquimia y, sobre todo, la brusca ruptura de su amistad con Fatio condujeron a Newton a una tensión psíquica que desembocó en un estallido de locura. El episodio se refleja en un par de cartas escritas en el mes de septiembre.

NICOLAS FATIO DE DUILLIER

El matemático y astrónomo suizo Nicolas Fatio de Duillier (1664-1753) viajó por Europa para aprender matemáticas y, con solo dieciocho años, realizó estudios de astronomía en el Observatorio de París con el astrónomo real Giovanni Cassini. Descubrió un complot contra Guillermo de Orange que le abrió las puertas de la Corte, con lo que viajó a Inglaterra al acceder al trono el rey Guillermo. Allí ingresó en la Royal Society y conoció a Newton, de cuya obra se convirtió en especialista. Tanto es así, que trabajó en una nueva edición de los *Principia*, pero esta nunca llegó a ver la luz. Mantuvo una estrecha relación con Newton durante casi un lustro. No pocos historiadores subrayan el fuerte componente sentimental que la caracterizó. De hecho, cuando Fatio enfermó, Newton le ofreció vivir con él, aunque no hay constancia de que este aceptara el ofrecimiento. Pese a ello, y por razones desconocidas, en 1694 su amistad se truncó y los dos matemáticos se distanciaron. Sin embargo, Fatio desempeñó un papel importante en la polémica del cálculo. No en vano, fue el primero que reprochó a Leibniz que no mencionara a Newton al publicar sus textos, llegando incluso a acusarlo de plagio. Por desgracia, Fatio cayó bajo la influencia de una secta protestante llamada Camisards que arruinó su prestigio científico, con lo que muy pocos de sus escritos fueron publicados.

La primera, fechada el 13 de septiembre, iba dirigida a Samuel Pepys, uno de los políticos que estaban gestionando su futuro puesto administrativo, y con ella rompía varios meses de silencio. En la misiva confesaba que se encontraba en un estado de «gran turbación» y que no había comido ni dormido apenas en los últimos meses, por lo que se sentía incapaz de «recuperar la firmeza» de su «entendimiento». No menos preocupante resultaba este otro párrafo: «Creo que es mejor que abandone su amistad y que no vuelva a verle, ni a usted ni al resto de mis amigos, nunca más».

Más drástica fue la carta dirigida a Locke días después, en la que mostraba pulsiones en verdad inquietantes:

> Creyendo que había usted intentado embrollarme con mujeres y con otros medios, me sentí tan afectado que cuando alguien me dijo que estaba usted enfermo y que no sobreviviría, respondí que mejor estaría muerto. [...] Le ruego que me perdone también por decir o pensar que había un complot [...] para confundirme.

Los amigos de Newton comenzaron a preocuparse: ni Pepys ni Locke tenían idea de a qué venían esas cartas. Todo indica que, por aquellos días, Newton debía de sufrir una grave depresión. A raíz de su crisis mental, su proverbial inventiva pareció agotarse y sus investigaciones se estancaron. A partir de ese momento no descubrió nada nuevo y el resto de su vida lo dedicó a recopilar investigaciones antiguas para su publicación.

LA LUZ Y SUS DISTINTAS TEORÍAS

Como es sabido, los científicos que precedieron a Newton también se habían mostrado fascinados por la luz y habían intentado descubrir sus secretos. Uno de los primeros en estudiar sus propiedades fue Euclides, que en su libro de óptica planteaba diversas hipótesis sobre la naturaleza de la luz y su desplazamiento en línea recta. Sin embargo, se desconocía cómo se construían los colores o la propia luz. Una teoría defendida por muchos aseguraba que los colores eran una mezcla entre la luz y la oscuridad.

De todos modos, uno de los primeros en presentar una teoría sobre la luz fue Descartes, quien expuso su visión sobre el asunto en *La dióptrica*, aparecido como apéndice del *Discurso del método*. Descartes creía en la existencia de un fluido transparente y más liviano que el aire, llamado éter, en el que flotaba toda la materia. Afirmaba, asimismo, que la luz era una presión transmitida a través del éter mediante vórtices. La visión de los objetos y colores provenía, así, de dicha presión sobre el ojo.

El primero en plantear que la luz se desplazaba mediante vibraciones fue Robert Hooke, quien se convirtió en el precursor de la teoría ondulatoria de la luz. Afirmó que la luz se movía más rápido a través de un cuerpo sólido, como un cristal, que a través de uno fluido, como el agua.

Sin embargo, quien llevó más lejos esta teoría, más cerca de la realidad que la de Newton, fue Huygens. Siguiendo a Descartes, definió el movimiento de la luz de forma similar a las ondas sonoras, otorgando un fundamento matemático definitivo a las leyes de la reflexión y la refracción. No obstante, sus ideas quedaron eclipsadas por las de Newton y no fueron valoradas hasta el siglo XIX.

EL GENIO EXPERIMENTAL

Según la teoría de Newton, la luz estaba formada por pequeñas partículas, llamadas «corpúsculos», que se movían a la velocidad imprimida por los cuerpos emisores de dicha luz.

Newton comenzó muy pronto a estudiar los colores, como refleja su cuaderno *Quaestiones*, de principios de la década de 1660. En él cuestionó los planteamientos expuestos por Descartes, recordando que «la luz no puede producirse por presión, ya que entonces veríamos por la noche tan bien o mejor que durante el día». Asimismo, ponía en entredicho los argumentos de Hooke. Mientras este defendía en su *Micrographia* —publicado en 1665 y considerado el primer *bestseller* científico— que los colores procedían de las presiones de distinta forma sobre el ojo, Newton los atribuía al movimiento de los globos oculares.

Descartes había recuperado el uso de los prismas para el estudio de la luz, procedimiento que fue retomado por Newton, Robert Boyle y Hooke. Descartes y los dos últimos hicieron pasar un rayo de luz a través de un prisma obteniendo una mancha de luz, ligeramente circular y coloreada en los bordes.

Newton hizo lo mismo, pero alejando el prisma. Así, dejó la habitación en completa oscuridad salvo una pequeña rendija por

donde entraba la luz y, tras pasar esta por el prisma, la recogió en una pared a 22 pasos de distancia. De esta forma, obtuvo un espectro que era cinco veces más largo que ancho. En su libro *Óptica* aparece un gráfico de aquel experimento (figura 1).

Newton cuestionaba con ello la teoría imperante en ese momento, es decir, que la luz era homogénea y que los colores provenían del movimiento ondulatorio. En el primer experimento pensó que la consecución de esa especie de elipse oblonga podía depender de irregularidades en el prisma. Esto le condujo a utilizar otro prisma con el que obtuvo un haz redondo, y a organizar lo que él llamó el *Experimentum crucis*.

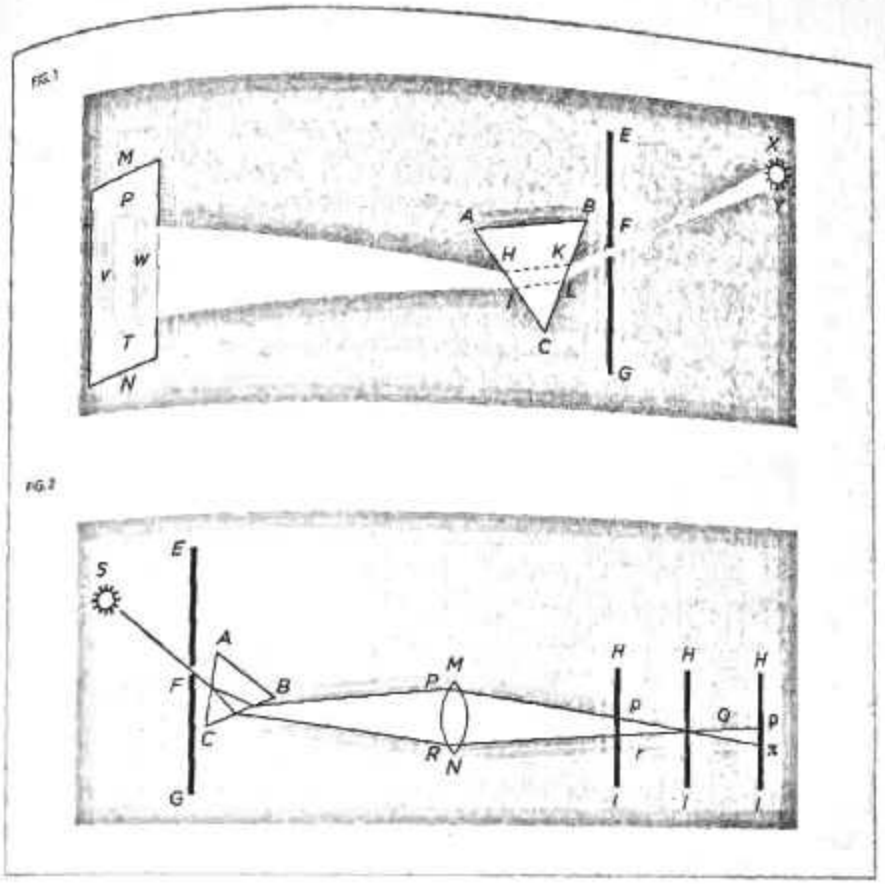
En otro de sus experimentos colocó una lente tras el prisma, que recogía los colores refractados. Según donde colocara un tablero destinado a recoger dichos colores, se obtenían distintos resultados. Si el tablero estaba cerca, se obtenía el espectro de luz inicial (lo cual puede verse en la primera línea *HI* de la figura 2); si lo alejaba un poco, los colores volvían a refundirse (en la segunda línea de la misma figura); por último, si lo retiraba un tanto, se obtenía el espectro alargado inicial, pero invertido (tercera línea).

Incluso colocó una rueda más allá de la lente, de forma que los radios recogieran colores individuales refractados por el prisma. Al girar la rueda con la suficiente velocidad, los colores volvían a producir la luz blanca.

Continuó su investigación ampliando el número de prismas en línea por los que se refractaba la luz: al mover la pantalla, los colores de los prismas se mezclaban y se producía un nuevo haz de luz de color blanco.

LA *ÓPTICA* DE NEWTON

En el año 1670 Newton tenía prácticamente completada su teoría sobre la luz. Las objeciones planteadas por el resto de científicos no le hicieron variar sus supuestos. El único aspecto que incorporó a la obra tras las críticas fue el de la difracción, es decir, la



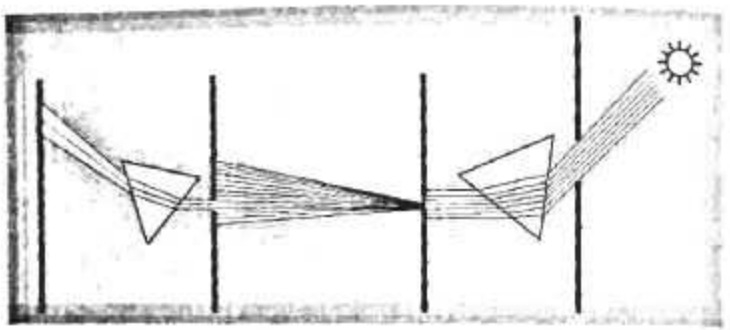
desviación que se produce en la luz al pasar por un cuerpo opaco o por una abertura muy pequeña.

Siete años más tarde, Newton tenía listo un texto más extenso sobre su óptica, pero se perdió en el incendio de sus aposentos. Por otra parte, a principios de los años 1690 había reunido todo su saber sobre el asunto en un libro, pero finalmente decidió no publicarlo.

A diferencia de sus escritos sobre el cálculo, el material que Isaac Newton presentaba en esta ocasión contaba con treinta años de antigüedad. Sin embargo, como nadie había reproducido su teoría, esta obra significó igualmente una revolución en el mundo científico.

EL *EXPERIMENTUM CRUCIS*

Para llevar a cabo el *Experimentum crucis*, Newton oscureció una habitación e hizo un agujero en la pared por el que entraba un rayo de sol, que era refractado en un primer prisma. Detrás de este, colocó un tablero con otro agujero que dejase pasar solo parte de la luz refractada. Esa luz iba a dar a otro tablero con un nuevo agujero, con lo que la luz resultante pasaba por un segundo prisma que la refractaba y, finalmente, era proyectada en la pared. Girando el primer prisma, Newton conseguía que fueran diferentes los rayos de luz que se refractaban, proyectándose en distintos lugares de la pared. De todo ello, dedujo que la luz consistía en rayos con distinta refrangibilidad.



En 1704, cuando apareció su *Óptica*, Newton explicó en la introducción por qué, pese a haberla escrito años antes, no la había publicado hasta ese momento: «He demorado hasta ahora la impresión a fin de evitar enzarzarme en disputas sobre estas cuestiones, y aún la habría demorado por más tiempo de no haber sido por la insistencia de mis amistades». No fueron pocos los que leyeron entre líneas y sospecharon que las disputas a las que hacía referencia eran la que había mantenido con Robert Hooke, muerto en el año anterior.

A diferencia de los *Principia*, se trata de un texto más asequible, con gran profusión de experimentos y dibujos. Y es que, al prescindir de complicados planteamientos matemáticos, podía ser entendido por cualquier persona medianamente culta.

Inicialmente, la obra iba a componerse de cuatro libros, pero decidió eliminar el cuarto, que iba a dedicar a los movimientos de la luz. Compensó la supresión incluyendo una serie de cuestiones en forma de preguntas en las últimas páginas de la obra. Hay quien sospecha que se decantó por esta fórmula, más literaria, porque no había sido capaz de demostrar sus aserciones adecuadamente.

Además de la naturaleza de la luz y de los colores, el libro de Newton abordaba muy variados asuntos: las lentes, la construcción de su telescopio, la visión humana (recuérdese su experimento introduciéndose un punzón en el ojo), el nervio óptico, los reflejos o la difracción. Por último, no reparó en incluir otros aspectos menos relacionados con la óptica como cuestiones filosóficas, historias bíblicas e, incluso, una interpretación del sueño de los locos.

El libro tercero lo completó con las preguntas antes citadas. En la primera, de un total de 31, planteó que los aspectos ópticos exigían una serie de fuerzas que actuaran a distancia, como la gravedad: «¿Acaso los cuerpos no actúan a distancia sobre la luz y, con su acción, curvan los rayos; y acaso esta acción (*caeteris paribus*) no es más fuerte a menor distancia?». En la última cuestión, el genio llevaba más lejos que nunca sus especulaciones sobre estas fuerzas: «¿No poseen las pequeñas partículas de los cuerpos ciertos poderes, virtudes o facultades con los que actúan a distancia no solo sobre la luz, reflejándola, refractándola e inflexionándola, sino también unos sobre otros, para producir una gran parte de los fenómenos de la naturaleza?». En palabras de su biógrafo Westfall, este argumento constituye «el producto más avanzado de la química teórica del siglo XVII».

LAS MATEMÁTICAS DE LA *ÓPTICA*

Como apéndices del libro de óptica, Newton incluyó dos textos matemáticos. El primero, probablemente redactado una década antes, llevaba por título *De quadratura curvarum*, y en él desarro-

llaba su método de cálculo. Como él mismo aclaró, se había encontrado con copias de sus trabajos y quería dejar constancia del material original. El otro texto, llamado *Enumeratio linearum tertii ordinis*, es decir, *La clasificación de las cúbicas*, había sido escrito poco antes de 1670, pero aún no había visto la luz.

«En su día, no hubo en el mundo matemático más dotado ni más ampliamente versado; ninguno era más apto en álgebra, más diestro en geometría, más habilidoso ni más sabio en las sutilezas de la variación infinitesimal.»

— D.T. Whiteside, historiador británico.

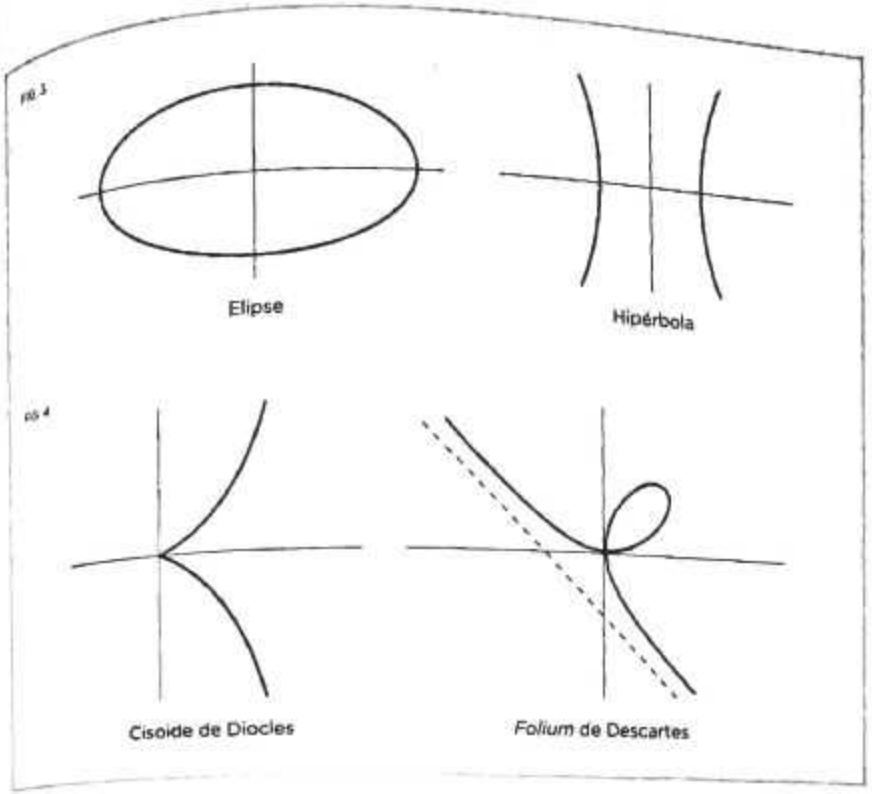
Descartes había realizado ya, en *La geometría*, una exhaustiva clasificación de las cónicas, que son aquellas curvas cuya expresión general es una ecuación de segundo grado en dos incógnitas x e y. Básicamente, todas las cónicas provienen de la ecuación $ax^2+by^2+cxy+dx+ey+f=0$. Según se otorguen valores a los coeficientes a, b, c, d, e y f, se obtienen las distintas cónicas. Entre ellas, se cuentan la circunferencia, la elipse (figura 3 izquierda), la parábola y la hipérbola (figura 3 derecha).

LA CLASIFICACIÓN DE LAS CÚBICAS

Como Descartes antes que él, Newton se embarcó en la magna tarea de clasificar las cúbicas, aquellas curvas cuya ecuación es un polinomio de tercer grado con variables x e y.

Al comenzar su tarea, se conocían cinco ejemplos de cúbicas: la cisoide (figura 4 izquierda), del griego Diocles, el tridente y el *folium* (figura 4 derecha), de Descartes, y las parábolas cúbica y semicúbica, que, entre otros, habían tratado John Wallis y William Neill (1637-1670).

La *Enumeratio* de Newton está considerada como la primera obra dedicada en exclusiva al estudio de las representaciones gráficas de curvas planas de grado superior en álgebra. El científico



estudió 72 tipos de cúbicas, olvidando solo una media docena de casos. En 1717, uno de los que fue discípulo de Newton, el matemático escocés James Stirling (1692-1770), publicó un trabajo demostrando la mayor parte de los resultados de su maestro, así como ampliando en cuatro cúbicas la lista de este. Este trabajo contribuyó como ninguno a popularizar la obra de Newton.

En la *Enumeratio*, Newton partió de la fórmula general de las cúbicas dada por la expresión:

$$Ax^3+By^3+Cx^2y+Dxy^2+Exy+Fx^2+Gy^2+Hx+Ky+L=0.$$

En ella realizó un complicado cambio de coordenadas para eliminar las potencias mayores de la variable y, con lo que consiguió reducir todas las cúbicas a los siguientes cuatro casos.

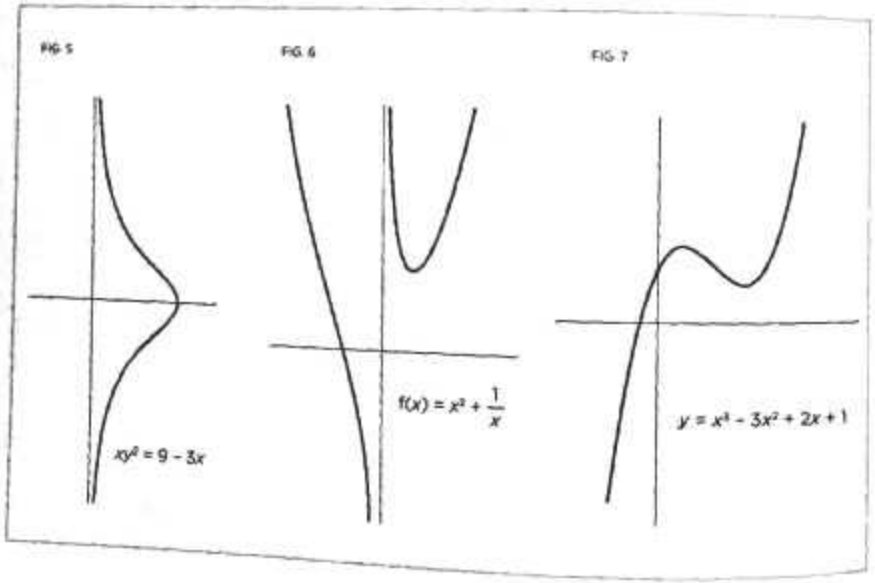
El primero incluye las cúbicas hiperbólicas, es decir, cuando $D \neq 0$, queda $xy^2 + ey = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

Un ejemplo conocido de esta clase de cúbicas es la llamada «Bruja de Agnesi», una curva en honor de la matemática italiana María Gaetana Agnesi (1718-1799) que puede verse en la figura 5.

El caso segundo comprende las cúbicas tridentes: $D = 0$, $G = 0$ y $E \neq 0$, $xy = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Por ejemplo, la representación que puede verse en la figura 6.

Más adelante se desarrollará con más amplitud el tercer caso. En el cuarto se encuentran las cúbicas parabólicas. En ellas, cuando $D = G = E = 0$, se llega a $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Un ejemplo de las mismas puede verse en la figura 7.

Véase ahora, con un poco más de detalle, el tercer caso. Este abarca las denominadas «cúbicas parabólicas divergentes», cuando $D = 0$ y $G \neq 0$, $y^2 = ax^3 + bx^2 + cx + d$. En este conjunto de cúbicas, Newton encontró «una parábola cuyas ramas infinitas están al mismo lado del eje de ordenadas, extendiéndose en direcciones opuestas. Su diámetro es el eje de abscisas y no tiene asíntotas (rectas con las que coincide la gráfica en el infinito). A veces aparece un óvalo».



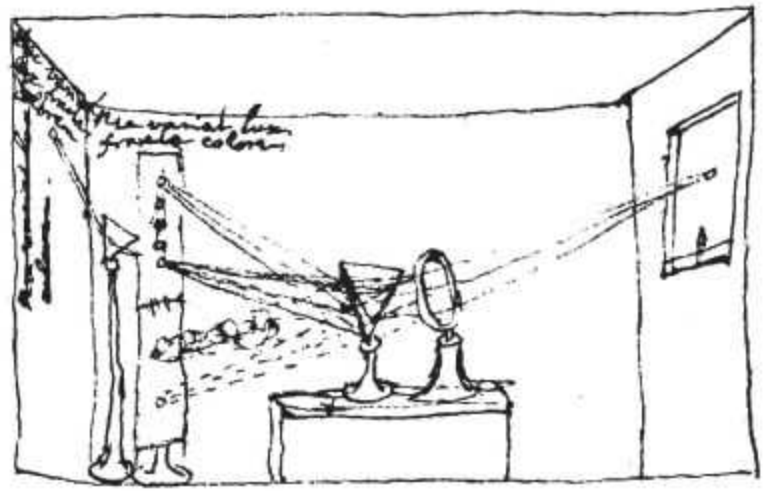


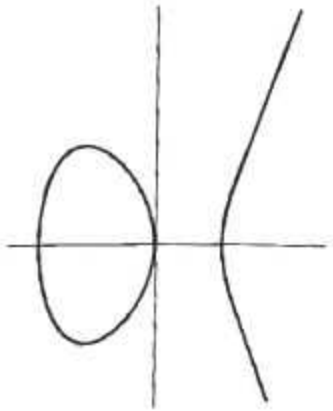
FOTO SUPERIOR IZQUIERDA: **Ilustración que muestra uno de los experimentos que con la luz realizó Isaac Newton.**

FOTO SUPERIOR DERECHA: **Página del diario de Isaac Newton donde pueden observarse sus reflexiones sobre la visión humana y el famoso experimento con el puzón.**

FOTO INFERIOR: **Dibujo realizado por Newton que muestra la demostración de la refracción de la luz blanca a través de unos prismas.**

Newton realizó el estudio en este bloque atendiendo al número de soluciones de la ecuación $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$. Como, entre los casos 1 y 2, había mostrado 66 especies distintas, en este bloque empezó por la 67.

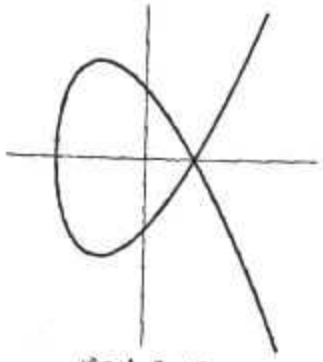
Especie 67: Cuando las tres raíces de la ecuación son reales y desiguales. Se obtiene una parábola divergente campaniforme, con un óvalo.



$y^2 = x^3 + x^2 - 3x$

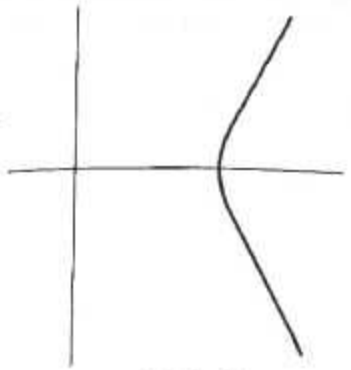
En el caso de que dos de las soluciones sean iguales, se obtienen dos especies distintas:

Especie 68: En este caso, se obtiene una parábola «anudada», tocando al óvalo.



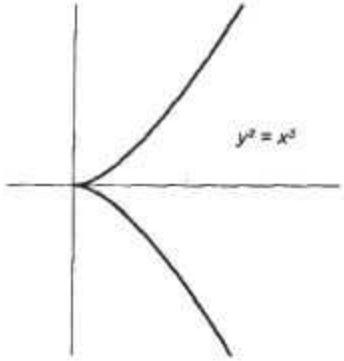
$y^2 = x^3 - 3x + 2$

Especie 69: En esta ocasión, se obtiene una parábola «apuntada», ya que el óvalo es infinitamente pequeño, prácticamente inapreciable.



$y^2 = x^3 - x^2$

Especie 70: Si las tres raíces son iguales, se obtiene la parábola «acuminada» en el vértice; es la conocida como «parábola semicúbica».



$y^2 = x^3$

Newton presentó 65 especies del primer tipo, una del segundo, cinco del tercero, y una del cuarto. En total, 72.

Su *Óptica* significó una gran revolución, pues, aunque ya eran conocidos muchos de sus resultados, aún no habían sido asimilados ni desarrollados por nadie más. Por otra parte, su *Enumeratio* también causó sensación. Siguiendo la estela de Descartes en lo

que se refiere a las cónicas, Newton afrontó el desafío, inédito hasta entonces, de clasificar todas las cúbicas. Casi lo logró, ya que solo se le escaparon seis casos. Fue, además, una de las primeras ocasiones en que se utilizaron los dos ejes de coordenadas, que se trabajaron indistintamente con los valores positivos y negativos de las variables. Pese a todo, aún existe otro campo en el que el genio mostró lo mejor de sí: el cálculo.

La renovación de las matemáticas

Durante la revolución científica, al poderoso árbol de las matemáticas le crecieron nuevas ramas. Entre ellas se encontraba una, el cálculo infinitesimal, que iba a permitir a esta ciencia expandirse de una forma inimaginable hasta entonces. Uno de sus principales creadores fue Newton, pero muchos de sus contemporáneos aportaron también su talento para que este avance fuera posible.

A finales del siglo XVII Charles Montagu (1661-1715), duque de Halifax y gran amigo de Newton, fue nombrado canciller para la Hacienda Real. Como otros de sus compañeros, llevaba tiempo intentado conseguir un puesto en Londres para su amigo. No debe extrañar, por tanto, que Newton accediera poco después, en abril de 1696, al puesto de interventor de la Casa de la Moneda. Esto supuso una mejora sustancial en su estatus, tanto económico como social.

Al contrario que sus predecesores en el cargo, Newton se tomó muy en serio su labor. Como interventor, llegó a encarcelar a un centenar de falsificadores. Para lograrlo, organizó una red de informadores repartidos por toda la ciudad, especialmente en las tabernas, donde trababan amistad con los posibles infractores.

El genio conservó el puesto hasta su muerte. Sin embargo, con la precaución que le caracterizaba, no abandonó su cátedra Lucasiana hasta 1701, dejándola en manos de William Whiston, su sustituto mientras vivió en Londres.

Su tarea como interventor, no obstante, no le alejó del mundo matemático. En este, por aquellos días, estaba de moda retarse unos a otros con ejercicios de difícil solución. De esta manera, los matemáticos se ponían a prueba y demostraban su propia valía. Así, en 1696 Johann Bernoulli (1667-1748), a través de la revista científica *Acta Eruditorum*, lanzó un desafío matemático a sus colegas: hallar el camino por el que un cuerpo pesado descendería

más rápidamente desde un punto a otro que no estuviera directamente debajo. Este dilema era conocido como el «problema de la baquistócrona». El plazo fijado por Bernoulli expiró sin que hubiera recibido ninguna solución. Poco después, sin embargo, Leibniz le escribió para informarle de que lo había resuelto. También le pedía que ampliara el plazo hasta la Pascua de 1697 para que pudieran participar científicos de otros países europeos. Así lo hizo Bernoulli, que añadió otro problema: encontrar una curva con la propiedad de que cualesquiera que fueran los segmentos de una línea trazada para interceptarla, sumados y elevados a cualquier potencia, fuese constante.

La solución era una cicloide invertida y solo fue presentada correctamente por cinco personas: los hermanos Bernoulli, Leibniz, L'Hôpital y un científico que mandó la respuesta de forma anónima. Al leer esta última, Bernoulli exclamó: «Por sus garras se conoce al león». Efectivamente, el autor de aquella contestación era Isaac Newton.

Sabemos por su sobrina Catherine Barton que Newton, pese a que recibió el problema después de una dura jornada laboral, no durmió hasta que lo hubo resuelto, lo que ocurrió a las cuatro de la madrugada.

Por cierto, no parece casual que todos los que hallaron la solución poseyeran conocimientos de los nuevos métodos de cálculo aportados por Newton.

EL PRESIDENTE DE LA ROYAL SOCIETY

A pesar de que seguía en contacto con sus colegas, Newton apenas frecuentó la Royal Society mientras vivió en Londres. En una de sus escasas visitas, mostró un sextante de navegación en el que había estado trabajando. Sin embargo, tras asegurar Hooke que él ya había inventado uno similar treinta años antes, dejó de asistir.

Cuando en 1703 murió Hooke, Newton fue elegido presidente de la Royal Society, cargo que ocuparía hasta su muerte. Newton permaneció al frente de la entidad casi cinco lustros, mientras que los anteriores presidentes, en general, no solían pasar de los cinco años.

Por aquellos días la sociedad se encontraba en horas bajas. En las tres últimas décadas, el número de socios se había reducido a la mitad y la entidad carecía de la seriedad científica de antaño.

Newton se volcó en cuerpo y alma en la Royal Society. En primer lugar, asistió a todas las reuniones mientras fue presidente, algo que no hicieron sus predecesores. Asimismo, también potenció la figura del encargado de experimentos, puesto que había ocupado inicialmente Robert Hooke, nombrando a varias personas para que los resultados presentados fuesen más diversos e interesantes.

También hizo limpieza de los miembros que no estaban al día de las cuotas y promovió la incorporación de socios extranjeros. Por otra parte, no descuidó la vertiente diplomática, e invitó a la sociedad a muchos príncipes y nobles interesados en la ciencia. Por último, bajo su mandato se llevó a cabo el traslado de la Royal Society a su sede actual.

Al año siguiente de haber sido elegido presidente de la Royal Society, Newton presentó allí su *Óptica*. El texto, gracias a la fama alcanzada por Newton, tuvo una gran acogida. Su primera edición estaba escrita en inglés, con un lenguaje mucho más asequible que los *Principia*. Basta decir que, durante la vida de Newton, se publicaron dos ediciones en francés y dos en latín, para que pudieran leerla científicos de otros países.

NUEVOS FRENTES DE DISCUSIÓN

Los éxitos de Newton se sucedían, pero también las polémicas. El científico inglés había contado con la ayuda del astrónomo real John Flamsteed en la elaboración de los *Principia*. Como tenía en mente revisar el libro y necesitaba más datos, le propuso a su colega interceder ante el príncipe Jorge, miembro de la Royal Society, para que se publicara su catálogo de estrellas. Flamsteed se

negó porque no quería perder el control sobre la obra. Pese a su negativa, Newton, con el respaldo de la Royal Society, creó una comisión que revisó los papeles del astrónomo con la excusa de una posterior publicación.

Todo ello provocó que las relaciones entre Newton y Flamsteed desembocaran en un auténtico enfrentamiento. No ayudó que, en 1710, la reina Ana de Gran Bretaña nombrase una nueva comisión, dirigida por Newton, para supervisar el Observatorio Real de Greenwich, con lo que Flamsteed vio fiscalizado todo su trabajo por su mayor enemigo.

En 1712 se publicó por fin la *Historia coelestis britannica* (*Historia británica de los cielos*). Flamsteed, al que excluyeron de la preparación de la obra, denunció que el resultado estaba repleto de errores. La desesperación ante lo ocurrido le condujo a quemar todos los ejemplares que cayeron en sus manos. Más tarde, trabajó en una segunda edición que se ajustaba a sus deseos, pero la obra no vio la luz hasta seis años después de su muerte.

La forma en que Newton trató a John Flamsteed no pudo ser más injusta y cruel. Como ya hizo con Hooke, trató de restarle importancia y borrar su legado. Por ejemplo, eliminó casi todas las referencias al astrónomo en las posteriores ediciones de los *Principia*.

JOHN FLAMSTEED

John Flamsteed (1646-1719) estudió astronomía de forma autodidacta y, con el apoyo de Henry Oldenburg, secretario de la Royal Society, fue nombrado primer astrónomo real de Inglaterra. Como tal se encargó de la creación del Observatorio Real de Greenwich, cuyo diseño corrió a cargo del científico y arquitecto inglés Christopher Wren. Al no recibir los fondos necesarios para el material, se vio obligado a adquirirlo con sus propios medios. En 1680, predijo que el conocido como «gran cometa» —el primero que pudo verse con telescopio—, volvería a verse meses después alejándose del Sol. También fue de los primeros científicos que realizó observaciones del planeta Urano. Fue ordenado sacerdote y encargado de una parroquia en Surrey, cargo que, junto con el de astrónomo real, mantuvo hasta su muerte. La obra principal de Flamsteed, que trabajó durante treinta y cinco años en el Observatorio Real, fue un catálogo de estrellas del cielo británico que triplicó el número de astros clasificados hasta entonces. En 1712 apareció su monumental *Historia coelestis britannica* (*Historia británica de los cielos*), financiada por la Corte.

LA REEDICIÓN DE LOS *PRINCIPIA*

Por aquella época, Newton acometió la revisión de los *Principia* para lanzar una segunda edición. En la primera, atribuyó las carencias en el estudio lunar a Flamsteed, que le había entregado con cuentagotas la información solicitada. Ahora que ya disponía de ella, podía intentarlo de nuevo.

Para la labor contó con el patrocinio del director del Trinity College, Richard Bentley (1662-1742), un reputado filólogo y helenista. Este encargó el trabajo a Roger Cotes (1682-1716), un científico que ocupaba la cátedra Plumiana de Astronomía. Cotes trabajó con Newton varios años, siendo conocida en análisis numérico la fórmula de Newton-Cotes para un tipo interpolatorio de integración numérica. Pese a ello, Cotes no recibió ninguna remuneración por el trabajo y las ganancias se las llevó Bentley. Por si fuera poco, ni siquiera se reconoció su labor en la edición, ya que un prefacio en el que Newton agradecía sus correcciones no fue incluido.

La segunda edición salió a la venta en 1713. Las polémicas en torno a la prioridad del cálculo impidieron que se publicara antes. En cualquier caso, al igual que la primera, fue un éxito inmediato, hasta el punto de que en los años siguientes aparecieron diversas ediciones pirata.

LA GUERRA POR EL CÁLCULO INFINITESIMAL

Uno de los pasajes más negros de la historia de la ciencia del siglo XVIII fue la cruel disputa por el descubrimiento del cálculo.

Newton había creado su método de cálculo a mediados de la década de 1660. Le mostró su manuscrito *De analysi* a John Collins, quien, antes de devolvérselo, lo copió sin su permiso. En 1676, Leibniz, que un año antes también había descubierto el cálculo con su propio método, viajó a Londres. En casa de Collins tomó anotaciones sobre las series infinitas que aparecían en *De analysi*. En el cuaderno de Leibniz no figuran notas sobre el cálculo de Newton, pues, al contar con su propio método, no debió de interesarle.

Poco tiempo después, trascendió que Leibniz había encontrado un método general para los problemas del cálculo, por lo que Collins animó a Newton a que se escribiera con él. Así, ese mismo año, Newton envió una breve carta a Leibniz, conocida como *Epistola prior*, donde le explicaba su método para desarrollar la potencia de un binomio de cualquier exponente. También le mostraba resultados de sumas de series, pero sin especificar los métodos que había seguido.

Leibniz quedó asombrado de los conocimientos de Newton y le escribió solicitándole más información. El científico inglés le remitió entonces la conocida como *Epistola posterior*, la carta más extensa que escribió nunca sobre matemáticas. En ella le explicaba todo lo que sabía sobre series infinitas. Aunque estuvo a punto de contarle sus secretos sobre el cálculo, al final se contuvo y le envió un criptograma. En la carta decía:

> No puedo seguir ahora con la explicación, de modo que prefiero ocultarla así: 6accdae13eff7i3l9n4o4qrr4s8t12vx.

El propio Newton le explicó a Leibniz en una carta posterior

En esa misma carta, añadía un nuevo criptograma sobre el cálculo cinco veces más extenso. Puede parecer que Newton fuera especialmente retorcido, pero incluir mensajes cifrados era habitual en la época. Sin ir más lejos, Hooke también solía emplearlos.

En 1684, Leibniz publicó en la revista *Acta Eruditorum* el primer artículo en el que se mencionaba el cálculo diferencial, que

GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ

Leibniz (1646-1716) nació en la ciudad alemana de Leipzig, en el estado de Sajonia. Abarcó multitud de disciplinas y en todas aportó su genio. Así, fue matemático, filósofo, historiador, diplomático, ingeniero, diseñador, geólogo, bibliotecario... Es considerado como el último genio universal. No en vano, descubrió de forma independiente el cálculo infinitesimal a mediados de la década de 1670. Durante la mayor parte de su vida, fue consejero de los duques de Hanóver. Para ellos escribió una historia de la Casa de Brunswick-Luneburgo, a la que pertenecía el duque. Consiguió para el ducado de Hanóver un electorado, que otorgaba potestad para elegir al emperador. También utilizó sus dotes diplomáticas para lograr que la princesa Sofía, esposa del elector, fuese reconocida como sucesora al trono de Gran Bretaña (su hijo Jorge Luis reinaría con el nombre de Jorge I). Además del cálculo, realizó varias aportaciones a las matemáticas. En este sentido, sistematizó el sistema binario, desarrolló la teoría de determinantes y trabajó en la resolución de sistemas, elaboró aspectos de probabilidad y aplicó la combinatoria a aspectos jurídicos y filosóficos. Por otra parte, se dedicó a diseñar recursos para optimizar la extracción de [illegible] en las minas del Alto Harz, utilizando lo

llevaba por título «Nova methodus pro maximis et minimis, item que tangentibus». Dos años más tarde, apareció otro artículo, «De geometria recondita et analysi indivisibilium atque infinitorum», donde presentaba su cálculo integral. En él, ya utilizaba el símbolo de la *S* estilizada, que sustituía a la abreviatura usada hasta entonces, la palabra *omn*. A pesar de que era consciente de que Newton poseía otro método igual de potente, no lo mencionó ni una sola vez. Un error que empañó sus últimos días.

Cuando el matemático inglés John Wallis publicó en 1699 el tercer volumen de su *Obra matemática*, incluyó la relación epistolar entre Newton y Leibniz, lo que levantó una gran polémica. La primera piedra la lanzó el suizo Fatio de Duillier, afirmando que Leibniz conocía el trabajo de Newton e insinuando que había plagiado al maestro inglés. Más tarde, en 1708, aparecieron una serie de artículos en la revista de la Royal Society tildando a Leibniz de plagiario. En este caso, escritos por John Keill (1671-1721), otro de los seguidores de Newton.

Por su parte, Leibniz, acuciado por los hermanos Bernoulli, publicó una crítica anónima del libro *Óptica*, en la que aseguraba que el cálculo de fluxiones de Newton no era más que el cálculo diferencial con otro nombre, y acusaba a Newton de plagio.

A partir de ahí, la situación fue caldeándose hasta el punto de que, en 1711, Leibniz exigió por carta a la Royal Society que mediara en el conflicto y decidiera quién tenía razón. Teniendo en cuenta que el presidente de la sociedad era Newton, no fue una decisión muy atinada. Este formó una comisión que, integrada por sus seguidores más cercanos, publicó un informe conocido como «Commercium epistolicum». Al parecer redactado por el propio Newton, en él se apoyaban totalmente sus tesis y sentenciaba que él había sido el inventor del cálculo.

La polémica continuó incluso a la muerte de Leibniz, derivando en un enfrentamiento entre Inglaterra y el continente. Así, mientras Inglaterra siguió los pasos de Newton, el resto de Europa respaldó las tesis de Leibniz. Estas últimas fueron ampliamente desarrolladas, entre otros, por los hermanos Bernoulli, Jakob y Johann, y por el marqués Guillaume de l'Hôpital (1661-1704), el primero en publicar un libro dedicado al nuevo cálculo: *L'analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes* (*Análisis de los infinitamente pequeños para el entendimiento de las líneas curvas*). Lo anterior, unido a que el método de Leibniz era más claro y asequible, hizo que las matemáticas en el continente avanzaran mucho más que en Inglaterra, que quedó rezagada durante más de un siglo.

«Los segundos inventores no cuentan para nada.»

— Isaac Newton.

En la actualidad se considera que Newton descubrió el cálculo pero Leibniz fue el primero en publicarlo. Además, los dos matemáticos descubrieron sus métodos de forma independiente y estos no son exactamente iguales. Por un lado, el método de Newton es más similar al que utilizamos hoy en día. Por otro, se usa la notación creada por Leibniz, mucho más clara y manejable.

LOS PROBLEMAS DEL CÁLCULO

El cálculo que originó aquellas disputas no se refiere, como una persona poco versada en matemáticas podría suponer, a las operaciones numéricas básicas que se aprenden en la escuela y que solemos utilizar a diario. Esa parte de la matemática es la que se denomina aritmética. Ya los antiguos matemáticos griegos diferenciaban entre esta última, que era la teoría abstracta de los números, y la logística, que eran los cálculos numéricos aplicados.

Resulta conveniente, pues, aclarar qué se entiende por cálculo. Desde el siglo XVII, el cálculo, conocido a partir de Newton y Leibniz como cálculo infinitesimal, es el estudio relacionado con las curvas, es decir, las gráficas de las funciones, sean del tipo que sean. Estas comenzaron a estudiarse desde un punto de vista cinemático o, lo que es lo mismo, considerándolas como un punto en movimiento, lo que hizo que se ampliara mucho el panorama de curvas con respecto a los griegos antiguos.

Antes de descubrir el cálculo, sin embargo, muchos matemáticos estudiaron diversos aspectos de este, enfrentándose a muy variados problemas.

«No considero las magnitudes matemáticas como formadas por partes, por pequeñas que estas sean, sino descritas por un movimiento continuo.»

— Isaac Newton, *De quadratura curvarum*.

El primero se encontraba directamente relacionado con el movimiento: cómo hallar la velocidad y aceleración en cualquier instante conociendo la distancia que recorre un cuerpo en un tiempo determinado. Si una persona hace un viaje y recorre, por ejemplo, 225 kilómetros en dos horas y media, una simple división indica que habrá circulado a una velocidad media de $225/2{,}5 = 90$ km/h. Pero eso no quiere decir que en todo momento haya circulado a esa velocidad de manera constante. Unas veces habrá ido más rápido y otras, más lento. La dificultad estriba en calcular cuál ha sido la velocidad instantánea en un determinado momento.

Esto es imposible, ya que el cociente entre el espacio recorrido y el tiempo en un instante arrojaría el resultado $0/0$. Igual de conflictivo es el problema inverso: conociendo la velocidad en un instante y el tiempo del viaje, tampoco se puede saber la distancia recorrida, pues esa velocidad no es uniforme y varía a lo largo del recorrido. La dificultad reside en que, para pasar de la velocidad media, fácil de calcular, a la velocidad instantánea, es necesario el paso al límite, operación desconocida en aquellos momentos.

El segundo gran problema es obtener la tangente a una curva en un punto dado. Para los griegos, la tangente era una línea recta que tocaba en un solo punto a una curva y dejaba toda la función a un lado. Esto servía para las secciones cónicas, pero como el panorama de las curvas se había ampliado considerablemente en el siglo xvii, ese problema se había agudizado. Además, este cálculo tenía aplicaciones directas en la física cotidiana. Es el caso de un cuerpo cuando se encuentra en movimiento: su dirección es siempre la de la tangente a su recorrido. Por ejemplo, en una competición olímpica, el lanzador de martillo da vueltas sobre sí mismo haciendo girar en círculo el martillo. En cuanto el lanzador lo suelta, el martillo no sigue girando, sino que sale volando en la dirección de la tangente. La recta que es perpendicular a la recta tangente en el punto de tangencia se llama «recta normal». Esta es importante en óptica, pues cuando un rayo de luz toca en una lente, para aplicar la ley de refracción debe tenerse en cuenta el ángulo significativo, que es el que forma el rayo de luz con la normal.

El tercer problema era el cálculo de medidas, en concreto la longitud de una línea curva, el área bajo una función y el volumen de un cuerpo. También se buscaba hallar el centro de gravedad de un cuerpo, así como la atracción gravitatoria de un cuerpo sobre otro. Calcular la longitud de una curva era aplicable, por ejemplo, a problemas físicos como hallar la distancia recorrida por un planeta. Los antiguos griegos habían sido precursores, calculando áreas y volúmenes de muchas figuras con el método la exhaución.

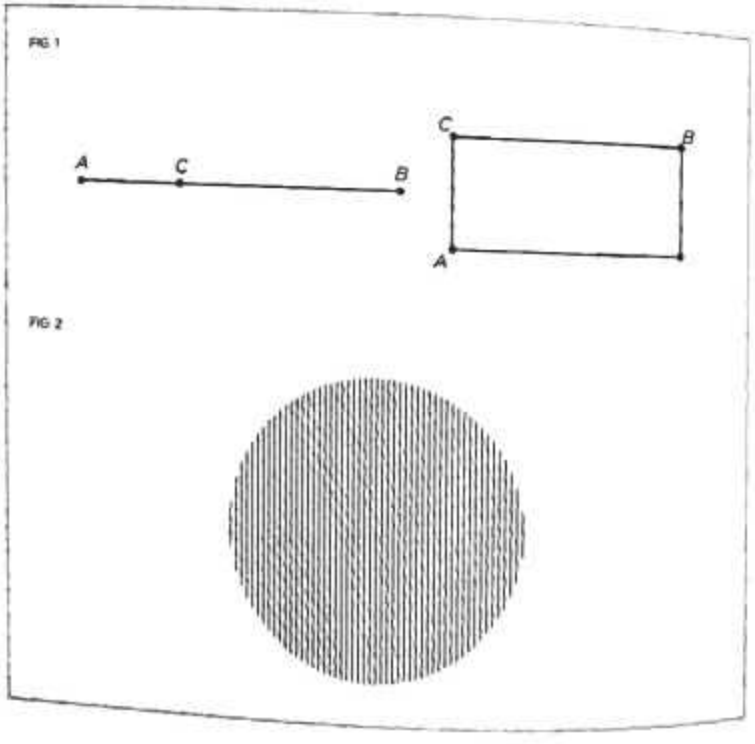
El cuarto y último problema consistía en el cálculo de máximos y mínimos de una función. Este también tenía muchas aplicaciones prácticas, como la posibilidad de estudiar la máxima y mínima distancia de un planeta al Sol, o la máxima altura y distancia a la que podía llegar un proyectil disparado por un cañón, problema que resolvió Galileo. Pero existían, incluso, aplicaciones más prácticas. Kepler publicó en 1615 un libro titulado *Estereometría de los toneles de vino*, en el que abordó el problema de optimizar la forma de un barril. Como curiosidad, el matemático alemán tuvo la idea de este estudio al comprar unos barriles para su boda y comprobar que la medida del vino que contenían no guardaba relación con la forma de los barriles.

LOS PRECURSORES DEL CÁLCULO

Más allá de los grandes nombres, fueron muchos los matemáticos que pusieron su grano de arena en el desarrollo del cálculo. Por ejemplo, el francés Pierre de Fermat inventó un método propio para hallar tangentes o calcular máximos y mínimos. El problema

es que seguía siendo un procedimiento muy dependiente de la geometría y servía solo para casos especiales. Véase una aplicación con un caso concreto: partiendo de un segmento AB, Fermat se propuso dividirlo en dos partes, de forma que el rectángulo cuyos lados fuesen esas dos medidas tuviese la mayor área. Básicamente, consistía en encontrar C de forma que el rectángulo $ACxCB$ fuese de área máxima (figura 1).

El método es el siguiente: se llama b a la medida del segmento AB y a la del segmento AC la llamamos a, por lo que CB medirá $b-a$. Se desea, pues, optimizar el producto $a\cdot(b-a)=a\cdot b-a^2$. El paso siguiente es aumentar el primer segmento en una medida muy pequeña, e, y disminuirla en el segundo, con lo que la medida del rectángulo nuevo sería $(a+e)\cdot(b-a-e)=a\cdot b-a^2-a\cdot e+e\cdot b-e\cdot a-e^2$. Comparándola con la expresión del primer rectángulo, lo que haya nuevo debe ser casi nulo si la ampliación es pequeña, por lo que



Aplicaciones concretas de los métodos de Pierre de Fermat y de Bonaventura Cavalieri.

quedaría la igualdad $e\cdot b=2\cdot a\cdot e+e^2$. En ella, se divide por e y resulta $b=2\cdot a+e$. Como e es una cantidad minúscula, se desprecia y queda $b=2\cdot a$. Es decir, para obtener el área máxima, el punto C debe colocarse justo en la mitad del segmento.

El primer científico que dio un paso importante para el descubrimiento del cálculo fue Bonaventura Cavalieri (1598-1647), discípulo de Galileo, quien ideó un método similar al de Kepler. Cavalieri intentó recuperar el método exhaustivo de demostración de los griegos. Fue el creador de las «indivisibles», una serie de elementos básicos que formaban todas las figuras. Fueron presentadas en su libro *Geometria indivisibilibus* (1635). En él incluía las líneas formadas por una infinidad de puntos, las áreas por un conjunto de segmentos paralelos y los volúmenes por áreas paralelas. Por ejemplo, al conjunto de elementos que formaban un área los llamaba *omnes lineae* (todas las líneas). Básicamente, para hallar un valor sumaba todos los indivisibles.

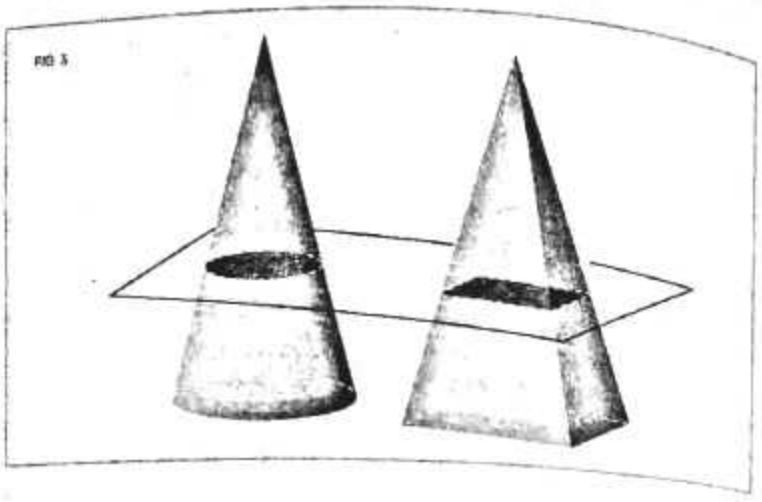
En su libro *Exercitationes geometricae*, de 1647, explicaba que una línea estaba compuesta por puntos, como un collar de perlas; un plano estaba constituido por líneas, igual que un vestido de fibra, y un sólido estaba formado por áreas planas, como las páginas de un libro. Cualquier área está formada por un número indefinido de segmentos paralelos, como puede verse en el ejemplo de la figura 2.

Con la ayuda de estos elementos enunció el llamado «principio de Cavalieri»:

> Si dos figuras planas (o sólidas) tienen igual altura, y las secciones hechas por rectas paralelas (o planos paralelos) a las bases y a igual distancia de ellas están siempre en una misma razón, entonces las figuras planas (o sólidas) están siempre en esa razón.

Según este principio, si, como vemos en la figura 3, se cortan por planos paralelos un cono y una pirámide, y las áreas de esos cortes quedan iguales, se puede concluir que las dos figuras tienen el mismo volumen.

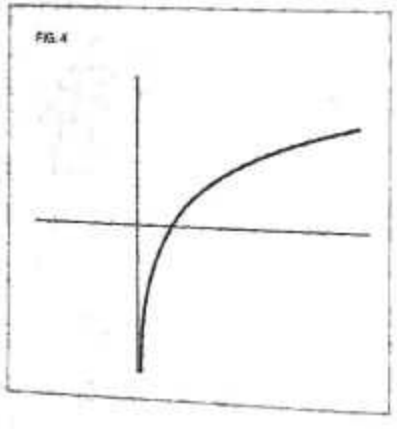
Utilizando los indivisibles, Cavalieri obtuvo el área de las curvas del tipo x^k para k entre 6 y 9. Utilizando la expresión actual, llegó a demostrar que



Explicación gráfica del llamado «principio de Cavalieri», donde puede verse que ambas figuras tienen el mismo volumen.

$$\int_0^a x^n\,dx = \frac{a^{n+1}}{n+1}.$$

Otro de los discípulos de Galileo, Evangelista Torricelli (1608-1647), utilizó un método similar a Cavalieri pero, en lugar de utilizar líneas, las sustituyó por otros elementos geométricos. Fue el primero que representó la función logarítmica (figura 4), de la que calculó varios elementos: área, asíntota, ordenada y volumen del sólido de revolución. También publicó en 1644 el libro *De dimensione parabolae*, en el que, además de aportar 21 demostraciones distintas de la cuadratura de la parábola, aparecían como apéndice la cuadratura y el cálculo de la tangente a la cicloide. Como muchos de los matemáticos de la época, dio preferencia a la geometría frente al planteamiento algebraico. De no haber muerto de forma prematura, podría haber sido el inventor del cálculo.



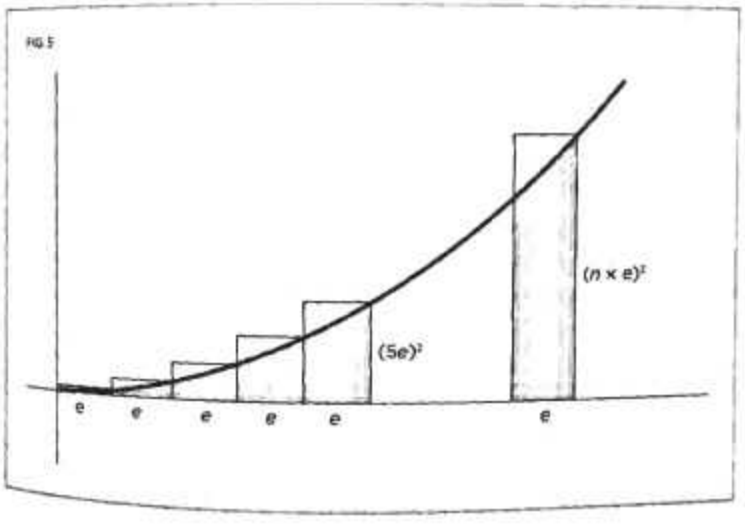
Una figura también relevante fue la del francés Gilles de Roberval (1602-1675), miembro de la Academia de las Ciencias de París. Sustituyó las líneas de Cavalieri por rectángulos de amplitud muy pequeña. Trazaba un conjunto de rectángulos de la misma anchura y partía del supuesto de que el área bajo la función podía acercarse al área de esos rectángulos. Para ello, iba aumentando el número de rectángulos, que cada vez tenían menor amplitud. Cuando el número de rectángulos se hacía muy grande, la suma de sus áreas equivalía, prácticamente, al área bajo la función. Quería hallar el área bajo la parábola, es decir, la cuadratura de x^2. Por ejemplo, lo que en términos actuales se expresaría así:

$$\int_0^a x^2\,dx.$$

Consideraba n rectángulos de amplitud e (figura 5). Por tanto, el rectángulo correspondiente al rectángulo de la posición t tenía de base e y de altura el valor de la parábola en su abscisa $t \cdot e$. En consecuencia, su área será $e \cdot (t \cdot e)^2 = t^2 \cdot e^3$.

Si se sumaban todos los rectángulos, el área era:

$$A = e \cdot e^2 + e \cdot (2e)^2 + e \cdot (3e)^2 + \ldots + e \cdot (n \cdot e)^2 =$$
$$= e^3 + 4e^3 + 9e^3 + \ldots + n^2 \cdot e^3 = e^3 \cdot (1 + 4 + 9 + \ldots + n^2).$$



La suma de los cuadrados de los números era ya conocida:

$$\frac{n^3}{3}+\frac{n^2}{2}+\frac{n}{6}.$$

Como el valor a era la suma de las n anchuras de los rectángulos, es decir, $a=n\cdot e$, por tanto $e=\frac{a}{n}$, y la expresión anterior se convertía en la siguiente:

$$A=\left(\frac{a}{n}\right)^3\cdot\left(\frac{n^3}{3}+\frac{n^2}{2}+\frac{n}{6}\right)=a^3\cdot\left(\frac{n^3}{3n^3}+\frac{n^2}{2n^3}+\frac{n}{6n^3}\right)=a^3\cdot\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2n}+\frac{1}{6n^2}\right).$$

Tomando un número muy grande de rectángulos (n), las fracciones con n en el denominador pueden despreciarse, lo que lleva implícita una aproximación al paso al límite, y queda que el área bajo la parábola es

$$\frac{a^3}{3}.$$

Curiosamente, Roberval encontró la tangente y la cuadratura de la cicloide antes que Torricelli. Sin embargo, Torricelli lo publicó antes que él, lo que generó una nueva polémica en torno a la autoría del descubrimiento. Una vez más, es probable que cada uno de ellos hallara la solución de forma independiente.

Otro nombre fundamental para la evolución del cálculo fue John Wallis. Utilizó un método similar a los infinitésimos, aunque su presentación era más aritmética que geométrica.

Por ejemplo, para hallar el área de la parábola, $y=x^2$, entre 0 y 1, tomó un triángulo rectángulo isósceles y un cuadrado de la misma base, y vio la proporción de sus líneas. Si solo consideraba dos líneas, la primera del triángulo valdría 0 y la segunda, 1. Como en el cuadrado las dos valdrían 1, se obtendría la igualdad.

$$\frac{0^2+1^2}{1^2+1^2}=\frac{1}{2}=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}.$$

Si se consideraba que tenían tres líneas, sus medidas en el triángulo eran 0, 1 y 2, y todas las del cuadrado, 2.

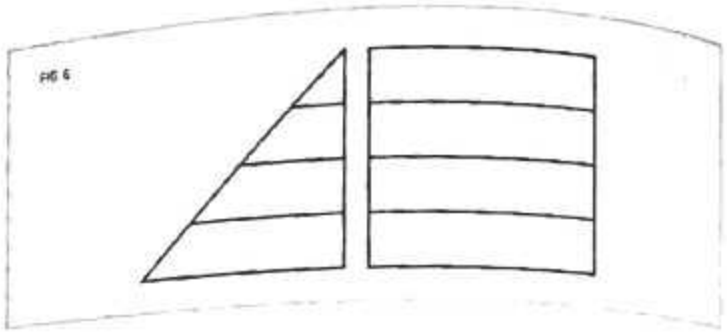
$$\frac{0^2+1^2+2^2}{2^2+2^2+2^2}=\frac{5}{12}=\frac{1}{3}+\frac{1}{12}.$$

Si se considera que había cuatro líneas, las medidas en el triángulo eran 0, 1, 2, y 3, y las del cuadrado, todas 4. Era la imagen de la figura 6 y se obtenía la siguiente fracción:

$$\frac{0^2+1^2+2^2+3^2}{3^2+3^2+3^2+3^2}=\frac{14}{36}=\frac{12}{36}+\frac{2}{36}=\frac{1}{3}+\frac{1}{12}.$$

JOHN WALLIS

Considerado el más importante matemático inglés anterior a Newton, John Wallis (1616-1703) ocupó la cátedra Saviliana de Geometría en Oxford. También fue criptógrafo real, y escribió sobre teología, lógica, filosofía y gramática. Además, fue uno de los creadores de la Royal Society, así como el introductor en Inglaterra del lenguaje de sordomudos. Su libro más importante fue *Arithmetica infinitorum*, publicado en 1656, en el que presentó su método de cuadraturas basado en los indivisibles de Cavalieri. Amplió el cálculo de potencias hasta las de exponente fraccionario y fue el primero en hablar de fracciones continuas. Junto con su discípulo William Neile (1637-1670) rectificó la parábola semicúbica $x^3=a\cdot y^2$, planteando un método general que permitía calcular la longitud de una gran cantidad de curvas. Fue el primero en utilizar el símbolo ∞ para representar el infinito dentro de nuestro contexto actual. En su *Tratado de álgebra* admitió las raíces negativas y complejas, práctica que no se aceptaba en la época. Era un nacionalista inglés furibundo, con que no debe extrañar que apoyara ardientemente a Newton y atacase a Leibniz. Su patriotismo era tal, que llegó a defender que la geometría analítica de Descartes la había plagiado del matemático inglés Thomas Harriot (1560-1621), afirmación carente de sentido.



Se observa que el resultado era siempre la fracción 1/3, más otra fracción que se iba haciendo cada vez más pequeña a medida que aumentaban las líneas. Por tanto, si se ampliaba indefinidamente el número de líneas, el valor del área terminaba siendo 1/3. Así calculó Wallis lo que hoy se escribiría como

$$\int_0^1 x^2\,dx = \frac{1}{3}.$$

La aportación al cálculo de Isaac Barrow también resultó ineludible. Y es que el maestro de Newton fue quien más se acercó al descubrimiento del cálculo infinitesimal entre todos los predecesores de Newton y Leibniz. En sus *Lectiones opticae* (1669) y *Lectiones geometricae* (1670) recogía sus clases en la cátedra Lucasiana y, con la ayuda de Newton, presentó su método de cálculo, principalmente geométrico. La esencia del cálculo se encontraba allí, especialmente en el segundo libro. En él se aparecen trazado de tangentes, diferenciación del producto y cociente de funciones, diferenciación de potencias de x, rectificación de curvas, cambios de variable en una integral definida o diferenciación de funciones implícitas.

Barrow tuvo en cuenta, además, el teorema fundamental del cálculo, que establece que la diferenciación y la integración son operaciones inversas. Lamentablemente, solo lo planteaba en algunos casos y no lo generalizó. Este resultado, fundamental para el desarrollo del cálculo infinitesimal, pasó desapercibido para los matemáticos de la época.

Retrato de un maduro Isaac Newton atribuido a la escuela inglesa y realizado en los últimos años de la vida del científico, entre 1715 y 1720.

LOS FUNDADORES DEL CÁLCULO

Algunos historiadores precisan que Newton y Leibniz deben ser considerados los «fundadores» del cálculo porque, como se ha visto, descubridores hubo varios antes de ellos. Al trabajar ambos desde un punto de vista más algebraico que geométrico, pudieron dar el salto que no dieron sus predecesores.

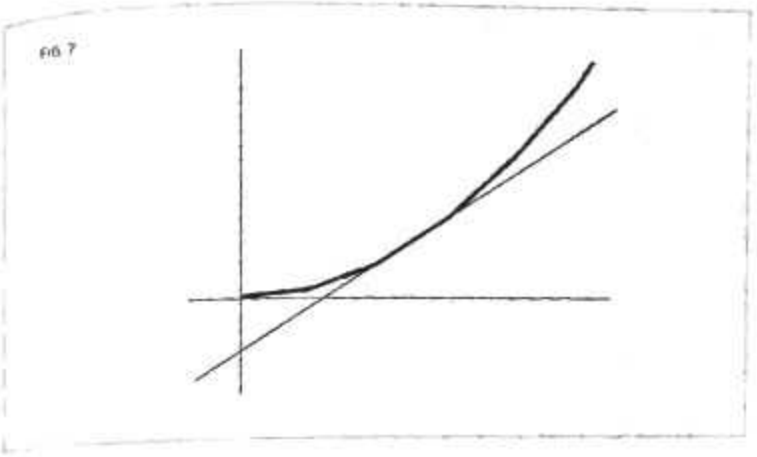
En primer lugar, encontraron un método general que permitía trabajar con cualquier tipo de problema; en segundo, establecieron que los problemas de tangentes (derivadas) y cuadraturas (integrales) eran inversos: bastaba resolver uno para invertir el proceso y hallar el otro. Este resultado es lo que se conoce como «teorema fundamental del cálculo». Barrow y Gregory habían intuido este teorema, pero nunca llegaron a estructurarlo.

A pesar de la polémica suscitada entre Newton y Leibniz, sus métodos tenían diferencias claras. Para comenzar, para el primero las curvas eran puntos en movimiento, mientras que el segundo consideraba que las funciones estaban formadas por infinitos segmentos rectilíneos infinitesimales, cada uno de los cuales daba lugar a una tangente a la función (figura 7).

Además, para determinar la derivada, Newton utilizó incrementos muy pequeños de las variables, recurriendo a la idea de límite del cociente de los incrementos cuando estos se hacían infinitamente pequeños. En cambio, Leibniz trabajó de forma directa los incrementos infinitamente pequeños, lo que, para él, eran los diferenciales.

Por otra parte, Newton trabajó las derivadas e integrales en términos de cambio relativo entre las variables, mientras que Leibniz enfocaba su trabajo mediante las sumas de términos para hallar áreas y volúmenes. El enfoque de Newton era más físico, haciendo hincapié en la idea de cambio continuo, y el de Leibniz no abandonaba la idea filosófica de las partículas minúsculas o monadas. En cuanto a la forma de representar las funciones, Newton prefería las series, y Leibniz, su expresión general.

En algunos aspectos el sistema de Leibniz era superior al de Newton. El sabio alemán planteó fórmulas y reglas de derivación, extremo que nunca preocupó a Newton. Pero, sobre todo, el alemán aventajó al inglés al apostar por la notación. Leibniz siempre se preocupó por fijar una notación para los conceptos que fuese clara y manejable.



En el cálculo actual, las aportaciones de ambos siguen vigentes: nuestra concepción del cálculo resulta más cercana a lo propuesto por Newton, pero se utiliza la notación propuesta por Leibniz.

EL CÁLCULO DE NEWTON

El primer manuscrito en el que Newton abordó el cálculo fue *De analysi*, publicado en 1669. En él, Newton partía del área encerrada por una función y calculaba la ecuación de la curva que daba lugar a esa área. Por ejemplo, tomaba el área

$$A(x)=\frac{2}{3}x^{3/2}.$$

Newton consideraba una cantidad infinitesimal que representaba mediante o, a lo que llamaba el momento de la variable, y que era el incremento de la abscisa x. De esa manera, el área inicial se incrementa en el rectángulo curvilíneo de vértices x, $x+o$, $y(x+o)$,

$y(x)$. Tómese luego el rectángulo de lados o y v, cuya área se daba por supuesto que era igual al área ampliada al incrementar la variable x en o (figura 8).

De esta forma, se obtenía la expresión: $A(x+o) = A(x) + ov$, de donde se lograba:

$$\frac{2}{3}(x+o)^{3/2} = \frac{2}{3}x^{3/2} + ov.$$

Elevando al cuadrado, se obtenía:

$$\frac{4}{9}(x+o)^3 = \left[\frac{2}{3}x^{3/2} + ov\right]^2.$$

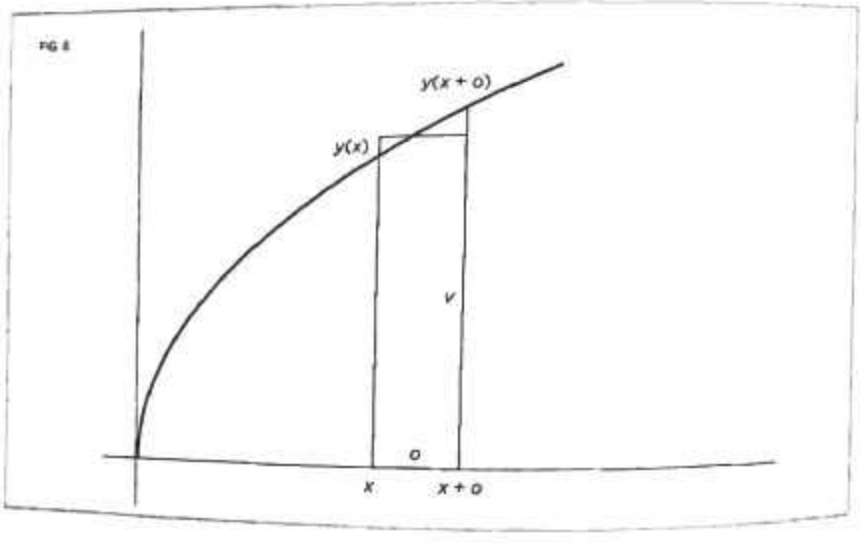
El siguiente paso era desarrollar las potencias y eliminar los sumandos iguales de ambos miembros. Resultaba la igualdad:

$$\frac{4}{9}\left(3x^2o + 3xo^2 + o^3\right) = \frac{4}{3}x^{3/2}ov + o^2v^2.$$

En esa igualdad, se divide por o, y resulta

$$\frac{4}{9}\left(3x^2 + 3xo + o^2\right) = \frac{4}{3}x^{3/2}v + ov^2$$

FIG 8



y, si se consideraba que el incremento o era tan pequeño que se hacía igual a cero, se podía eliminar los sumandos donde aparecía o. Además, en ese caso, resultaba que $v=y$, y, por lo tanto, la fórmula anterior se transformaba en

$$\frac{4}{3}x^3 = \frac{4}{3}x^{3/2}y,$$

de donde, despejando, quedaba la función $y = x^{3/2}$.

La segunda gran obra de Newton sobre el cálculo, escrita en 1671, pero publicada en 1736, se tituló *De methodis serierum et fluxionum*. En ella utilizó ya abiertamente las coordenadas, tratando hasta nueve tipos diferentes, contando las polares y las bipolares. En el libro, Newton cambió su enfoque e introdujo su concepto de «fluentes», que hoy se denominan variables, y «fluxiones», que equivalen a las actuales derivadas de esas variables. Así lo explicaba:

> Llamaré cantidades fluentes [...] a estas cantidades que considero aumentadas gradual e indefinidamente; las representaré mediante las últimas letras del alfabeto v, x, y, z. [...] Representaré con las mismas últimas letras coronadas por un punto $\dot{v}, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ las velocidades con que las fluentes aumentan por el movimiento que las produce y que, por consiguiente, se pueden llamar fluxiones.

A continuación, Newton proponía los dos problemas principales del cálculo. El primero consistía en, dada la relación de las cantidades fluentes, determinar la relación de las fluxiones. El segundo, en cambio, proponía lo siguiente: cuando una ecuación para las fluxiones de cantidades es dada, determinar la relación de las cantidades. Es decir, lo que en la concepción actual equivale a hallar derivadas e integrales.

Véase otro ejemplo empleado por Newton. El objetivo era derivar la expresión implícita $x^3 - a \cdot x^2 + a \cdot x \cdot y - y^3 = 0$.

En la expresión anterior, se sustituía x por $x + \dot{x}o$ y la variable y por $y + \dot{y}o$.

Primero, se desarrollaba la expresión siguiente y después se eliminaba la ecuación inicial:

$$(x+\dot{x}o)^3 - a\cdot(x+\dot{x}o)^2 + a\cdot(x+\dot{x}o)\cdot(y+\dot{y}o) - (y+\dot{y}o)^3 = 0$$

Al final, después de haber dividido todos los términos por o, quedaba:

$$3\dot{x}x^2 - 2a\dot{x}x + 3\dot{y}y^2 + 3(\dot{x})^2 - ox - a(\dot{x})^2 + o + a\dot{y}x + a\dot{x}y - 3(\dot{y})^2 oy + (\dot{x})^3 o^2 + a\dot{x}\dot{y}o - (\dot{y})^3 o^2 = 0.$$

Si, a continuación, se eliminaban todos los términos que tenían o, se obtenía la derivada de la función implícita inicial:

$$3\dot{x}x^2 - 2a\dot{x}x + 3\dot{y}y^2 + a\dot{y}x + a\dot{x}y = 0.$$

En el libro *De quadratura curvarum*, publicado como apéndice de la *Óptica*, se encuentra un ejemplo sencillo del cálculo de una derivada utilizando los métodos anteriores. Newton quiere calcular la «fluxión» de x^n.

En el tiempo en que x va «fluyendo» en $x+o$ (es decir, al variar x hasta $x+o$), x^n se convierte en $(x+o)^n$. A continuación, aplica el método de las series infinitas para desarrollar la potencia, y utiliza el símbolo «&c» para indicar que la serie continúa indefinidamente:

$$(x+o)^n = x^n + nox^{n-1} + \frac{n^2-n}{2}o^2x^{n-2} + \&c.$$

Newton prosigue indicando que la relación entre el incremento de la variable o y el incremento de la función, es decir,

$$nox^{n-1} + \frac{n^2-n}{2}o^2x^{n-2} + \&c,$$

es el mismo que existe entre 1 y $nx^{n-1} + \frac{n^2-n}{2}ox^{n-2} + \&c$,

lo que equivale a dividir por o el incremento de la función. La tarea que resta por hacer es despreciar los términos que aún tengan o, términos que, en palabras de Newton, lo que hacen es desvanecerse, y así concluye que la fluxión de x^n es nx^{n-1}. Esta derivada es la primera que se imparte en cualquier curso de cálculo infinitesimal.

Por su parte, en *De analysi*, Newton proporciona una serie de ejemplos sobre cómo medir curvas mediante una serie infinita de términos. Para ello comienza con una serie de reglas y ejemplos para clarificar esos cálculos.

La primera regla indica que, si se tiene la función $y = ax^{m/n}$, entonces el área limitada por la función, es decir, el área ABD sería:

$$\frac{an}{n+m}x^{\frac{m+n}{n}},$$

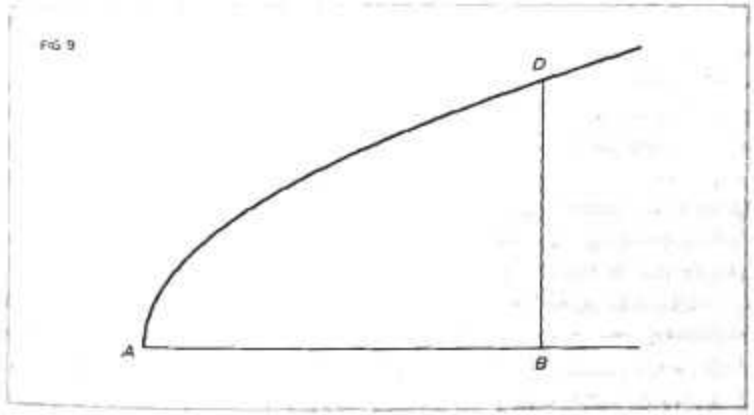
esto equivale a la primera regla de integración. Si se integra la potencia x^p, su primitiva sería:

$$\frac{1}{p+1}x^{p+1}.$$

Basta sustituir p por m/n para llegar a la expresión anterior.

En la segunda regla Newton aplica lo que constituye la aplicación de la integración a la suma de funciones. Si tenemos una expresión que es una suma de varias funciones, su área corresponde a la suma de las áreas de cada función. Este el ejemplo que elige:

Si $y = x^2 + x^{3/2}$, entonces $ABD = \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{5}x^{5/2}$.



Si $BF = x^2$ y $FD = x^{3/2}$, Newton aplica la primera regla y obtiene que

$$AFB = \frac{1}{3}x^3, \text{ y que } AFD = \frac{2}{5}x^{5/2},$$

por lo que el área total *ABD* es la presentada al principio.

Entre aquellos primeros ejemplos, aparecen integrales de funciones polinómicas. Por ejemplo, indica que el área limitada por la función $y = 3x - 2x^2 + x^3 - 5x^4$ es

$$\frac{3}{2}x^2 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{4}x^4 - x^5.$$

INFATIGABLE HASTA EL FINAL

A pesar de sus éxitos en el campo del cálculo y de la ciencia en general, Newton prefirió retomar en sus últimos años sus estudios sobre teología. Estudió a fondo la cronología de las profecías y escribió textos sobre antiguas herejías o religiones paganas.

La princesa de Gales tuvo conocimiento de la cronología en la que estaba trabajando Newton y le solicitó que le enviara lo que llevase escrito. Para salir del paso, Newton escribió un extracto conocido como *Breve cronología*.

Un año después de la muerte de Newton, en 1728, Conduitt publicó el volumen completo llamado *The Chronology of Ancient Kingdoms Amended* (*Cronología corregida de los reinos de la Antigüedad*). Pese a que la obra cosechó un éxito rotundo, muy pocos advirtieron en ella las inclinaciones religiosas del autor. También vio la luz póstumamente su obra *Observaciones sobre las profecías de Daniel y el Apocalipsis de san Juan*.

Durante aquellos años de estudio religioso, la salud de Newton sufrió un considerable menoscabo. A problemas menores como cálculos renales o debilidad de los esfínteres, se le sumó una inflamación pulmonar y un severo ataque de gota. Los problemas respiratorios le obligaron a trasladarse al campo, donde mejoró sensiblemente. Sin embargo, sus dolencias fueron agravándose, y murió el 20 de marzo de 1727 (el 31 de marzo según el calendario gregoriano).

Newton falleció rico y con un alto estatus social. Era una de las personas más conocidas y respetadas de toda Inglaterra, lo que ratificó su fastuoso funeral. Su féretro, expuesto en la abadía de Westminster, fue acompañado hasta el santuario por duques, condes y altos dignatarios ingleses.

> «No he sido sino un muchacho que juega a la orilla del mar, que se distrae de cuando en cuando al encontrar un guijarro más liso o una concha más bella que las habituales, mientras el gran océano de la verdad se extendía ante mí aún por descubrir.»
>
> — Isaac Newton.

El filósofo Voltaire, que se encontraba en Londres por esas fechas, comentó admirado: «Inglaterra honra a un matemático de la misma manera que los súbditos de otras naciones honran a su rey que ha desempeñado su cargo satisfactoriamente».

En el momento de su muerte, el mundo se parecía poco al que lo había visto nacer. En parte, gracias a él: ofreció una explicación racional de la naturaleza, así como múltiples claves que permitieron a los científicos del siglo XVIII inaugurar la ciencia moderna. A pesar de los siglos transcurridos, sus descubrimientos siguen vivos y generando debate, lo que no siempre ocurre en el mundo de la ciencia. Así, no es inmerecido que ocupe un lugar preeminente en la historia de la ciencia y, por tanto, de la humanidad.

Lecturas recomendadas

Boyer, C.B., *Historia de la matemática*, Madrid, Alianza, 2010.

Durán, A.J., *Historia, con personajes, de los conceptos del cálculo*, Madrid, Alianza, 1996.

—: *La polémica sobre la invención del cálculo infinitesimal*, Barcelona, Crítica, 2006.

—: *Newton. La ley de la gravedad. La fuerza más atractiva del universo*, Barcelona, RBA, 2012.

Muñoz Santonja, J., *Leibniz. El cálculo infinitesimal. La física aprende un nuevo idioma*, Barcelona, RBA, 2013.

Newton, I., *Analysis per quantitatum series, fluxiones, ac differentias*, edición facsimilar y crítica con traducción al castellano de J.L. Arantegui y notas de A. J. Durán, Sevilla, Real Sociedad Matemática Española y SAEM Thales, 2003.

—: *Óptica*, edición en español con introducción y notas de Carlos Solís, Madrid, Alfaguara, 1977.

—: *Principios matemáticos de la filosofía natural*, Madrid, Tecnos, 2011.

Westfall, R.S., *Isaac Newton: una vida*, Cambridge, Cambridge University Press, 1996.

Índice

Acta Eruditorum 70, 125, 131
álgebra 8, 13, 34, 36, 39, 41, 43, 53, 64, 65, 116, 138, 141, 144
alquimia 32, 61-63, 73, 105, 108
Aristóteles 23, 24, 30
Arquímedes 31, 47, 48, 64
astronomía 11, 23, 24, 28-30, 32, 71, 72, 82-84, 108, 109, 129
Ayscough, Hannah (madre de Newton) 11, 15, 20, 21

Bacon, Francis 31
Babington, Humphrey 20-22, 26, 58
Barrow, Isaac 11, 26, 29, 63-65, 71-73, 80, 106, 142, 144
Barton, Catherine 126
Bernoulli, Johann 67, 68, 125, 126, 132
Boyle, Robert 25, 32, 61, 63, 68, 71, 111
Brahe, Tycho 82, 83
Bruno, Giordano 81

cálculo 7, 8, 10, 11, 13, 26, 28, 30, 32, 34, 36, 38, 43, 44, 46, 51, 53, 66, 67, 70, 98, 101, 108, 109, 113, 116, 122, 123, 129-136, 138, 140-142, 144, 145, 147-150, 153
  diferencial 8, 131, 132
  infinitesimal 7, 10, 11, 26, 53, 70, 101, 116, 123, 130, 131, 133, 142, 144, 145, 148, 153
  integral 8, 132, 142
calendario 11, 57, 151
  gregoriano 11, 15, 151
  juliano 15
Casa de la Moneda 8, 11, 107, 125
cátedra Lucasiana 26, 28, 71, 108, 142
Cavalieri, Bonaventura 137-139, 141
Clark, William 11, 18, 19, 20, 25, 62
cicloide 126, 138, 140
Collins, John 63-65, 69, 73, 105, 130
cometa 27, 60, 82, 84, 85, 88, 96, 128
Conduitt, John 19, 25, 60, 73, 80, 150
Copérnico, Nicolás 8, 13, 29, 30, 57, 81, 82
Cotes, Roger 129
cúbicas 8, 116-118, 122

De analysi 11, 64, 71, 130, 132, 145, 149

De methodis 9, 147
De motu corporum 87, 92
De quadratura curvarum 115, 134, 148
De revolutionibus 13, 29, 30
derivada 144, 147, 148
Descartes, René 8, 25, 26, 32, 34, 36, 40, 41, 57, 67, 68, 70, 91, 93, 96, 105, 110, 111, 116, 117, 121, 141
Dios 17, 67, 82, 105, 106

Euclides 23, 26, 48, 110
Enumeratio 116, 117, 121
Experimentum crucis 112, 114

Fatio de Duillier, Nicolas 108, 109, 132
Fermat, Pierre de 8, 9, 40, 41, 43, 44, 57, 66-68, 135-137
física 8, 10, 11, 19, 23, 29, 42, 66, 91, 131, 134, 153
Flamsteed, John 10, 85, 87, 127-129
fluente 147
fluxión 8, 58, 130, 132, 147, 148
fuerza 8, 19, 30, 32, 38, 59, 61, 85, 86, 88-97, 115, 153
  centrífuga 52, 85, 89, 97
  centrípeta 85, 89, 93, 94, 97

Galilei, Galileo 8, 15, 67, 74, 75
Grantham 11, 17-21, 81
gravedad 7, 36, 58-61, 79, 89, 93, 115, 135, 153
Gregory
  David 64, 64, 108
  James 51, 75, 76

Halley, Edmund 11, 81, 86-88, 108
Herschel, William 76
Hooke, Robert 10, 27, 32, 61, 68-71, 76, 79, 85, 86, 88, 97, 111, 114, 126, 127, 129, 131

Huygens, Christiaan 31, 32, 45, 70, 71, 78, 79, 97, 107, 108, 111

índice de refracción 74, 75, 77, 111, 119, 135
infinitesimales 144
infinitésimos 140
infinito 46, 47, 49-52, 82, 118, 132, 141, 144
integral 8, 132, 142, 144, 147, 150

Keill, John 132
Kepler, Johannes 8, 16, 30, 37, 59, 75, 77, 82-84, 86, 89, 90, 92, 95, 135, 136

Leibniz, Gottfried Wilhelm 10, 44, 51, 52, 64, 67, 68, 70, 109, 126, 130-133, 141-145, 153
ley de gravitación universal 11, 87, 96, 97
l'Hôpital, marqués de 67, 126, 132
límite 92, 134, 140, 144
Locke, John 107
logaritmo 8, 13, 36-38, 63-64
Lucas, Henry 28
Luna 59, 60, 74, 82, 89, 91-93, 96, 129
luz 8, 9, 11, 17, 25, 27, 30, 31, 45, 65, 72, 75-77, 80, 88, 93, 94, 101, 103, 108-116, 119, 129, 135, 150

mareas 11, 92, 93
Marte 83
masa 89-96
Mercurio 87
Mersenne, Marin 40, 43, 66, 67
microscopio 37
Moivre, Abraham de 86
Montagu, Charles 125

Newton, Humphrey 72, 81

Observatorio Real de Greenwich 128
Oldenburg, Henry 68-71, 78-80, 85, 105, 125
óptica 8, 11, 26, 28, 63, 71, 72, 78-80, 108-115, 121, 127, 132, 135, 148, 153

Pascal, Blaise 44, 45, 67, 68
Philosophical Transactions 70, 78
Pitágoras, Teorema de 7
Platón 24, 62, 82
Principia mathematica 8, 10, 11, 29, 79, 87, 88, 91-98, 105, 108, 109, 114, 115, 127, 129
principio de inercia 60, 61
Ptolomeo 23

revolución científica 8, 10, 13, 15, 29-31, 34, 39, 43, 55, 68, 85, 87, 90, 91, 97, 105, 113, 121, 123
Roberval, Gilles de 9, 66, 67, 138, 140
Royal Society 11, 64-69, 71-74, 76, 78, 80, 85-88, 107, 109, 126-128, 132

Saturno 83
series 8, 10, 28, 46, 49-53, 58, 63, 64
Smith, Barnabas 16, 17
Sol 27, 30, 31, 81-93, 96, 128, 135
Stukeley, William 19

tangente 8, 58, 60, 98, 134, 135, 138, 140, 142, 144
telescopio 10, 32, 73-78, 82, 84, 85, 115, 128
teología 24, 72, 150
Tierra 30-32, 55, 59, 60, 66, 82-85, 89, 91-93, 96, 97, 101
Trinity College 11, 21, 26, 61, 72, 129
Universidad de Cambridge 9, 11, 21, 22, 26-28, 58, 73, 78, 81, 88, 106, 107, 153

Urano 77, 128

Venus 83
Viète, François 24, 34, 35, 50, 57
Voltaire 68, 96, 151
vórtice 91, 93, 110

Wallis, John 27, 28, 51-53, 64, 68, 116, 132, 141, 142
Westfall, Richard S. 10, 72, 87, 91, 115, 143
Whiston, William 28, 72, 108, 125
Whiteside, D.T. 116
Wickins, John 22, 27, 60, 61, 63, 81
Woolsthorpe 11, 15, 17, 21, 29, 58, 80, 81, 89
Wren, Christopher 68, 71, 86, 128